

1. En memoria de Emmanuele DiBenedetto (1947-2021)

Miguel Ángel Herrero

Universidad Complutense de Madrid

Miembro Correspondiente de la Real Academia Española de Ciencias

Juan José Manfredi

Universidad de Pittsburgh

Miembro de la Real Sociedad Noruega de Ciencias y Letras

Juan Luis Vázquez Suárez

Miembro de la Real Academia Española de Ciencias

Univ. Autónoma de Madrid y Univ. Complutense de Madrid



Figura 1: Emmanuele DiBenedetto.

Sirvan estas líneas para realzar la memoria del gran matemático italiano Emmanuele DiBenedetto que falleció de cáncer el pasado 11 de mayo en su casa de Nashville, Tennessee (EEUU), a los 74 años de edad. Era Profesor Emérito de Matemáticas y de Fisiología Molecular y Biofísica en la Universidad Vanderbilt (en Nashville).

Nacido en Sicilia en 1947, alumno de la Universidad de Florencia, tras la licenciatura emigró a los EE.UU. donde pronto destacó por su talento, originalidad y carácter. Tras pasar por varias universidades americanas reca-

ló en Northwestern University, sita en el área de Chicago, donde permaneció 16 años.

Experto en ecuaciones en derivadas parciales (EDPs) no lineales, desde los años 1980 sus ideas originales y sus contribuciones fundamentales han tenido un gran impacto en la teoría de ecuaciones elípticas y parabólicas en todo el mundo, especialmente en la teoría de regularidad de soluciones. Autor de varios libros, su obra *Degenerate Parabolic Equations*¹ es ya un clásico de obligada lectura.

Como matemático profesional, Emmanuele fue un típico sabio norteamericano, un talento venido de algún rincón del mundo. Estuvo siempre muy ligado a Italia, a la cultura y al idioma italianos, y a la animada escena matemática en Italia. Fue profesor a tiempo parcial en la Università di Roma Tor Vergata durante 12 años.

Los profundos lazos de simpatía y colaboración que se establecieron al final del pasado siglo entre matemáticos españoles e italianos, muchas veces con la intervención de amigos

¹DiBenedetto, Emmanuele, *Degenerate parabolic equations*, Universitext. Springer-Verlag, New York, 1993. xvi+387 pp. ISBN: 0-387-94020-0

comunes estadounidenses y franceses, permitieron a los entonces jóvenes matemáticos españoles asimilar el legado cultural italiano, que en las áreas del Análisis aplicado a las ecuaciones en derivadas parciales y al cálculo de variaciones incluía el nombre mítico Ennio De Giorgi que tanto influyó en Emmanuele².

Emmanuele era un gran trabajador, con una fuerte personalidad y gran sentido del humor. Sus dotes de conversación eran legendarias, amaba las conversaciones profundas que a menudo condujeron a amistades de por vida. En este ambiente, los presentes autores conocimos a Emmanuele como colega, como amigo, como colaborador y finalmente como maestro de matemáticos, tarea a la que tanto tiempo dedicó.

A continuación glosaremos algunos pormenores de su vida, seguidos de unos recuerdos personales de los autores de este artículo, a los que su temprana muerte llena de dolor.

2. Detalle de su vida matemática

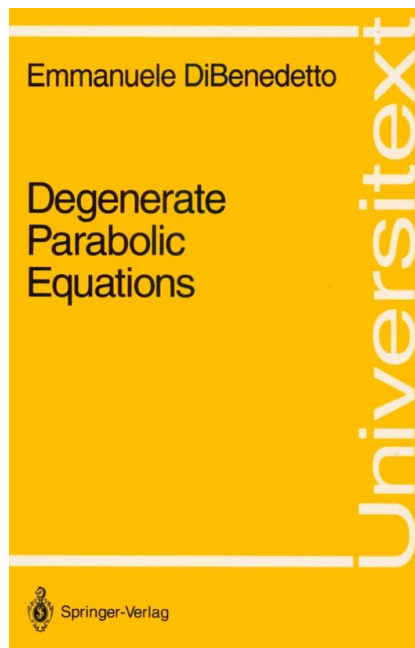


Figura 2: Su libro más famoso.

Emmanuele nació en Lentini, Sicilia, el 4 de abril de 1947, primer hijo de Nunzio DiBenedetto y Elvira Papalino. Estaba orgulloso de su origen siciliano, como lo estaban otros sicilianos conocidos en España como Leonardo Sciascia o Andrea Camilleri. Estudió el Bachillerato en el Liceo Cutelli di Catania, graduándose en 1966. Atribuyó su amor por la cultura clásica a su educación clásica en este excelente sistema de escuelas públicas.

Cursó la licenciatura en Matemáticas en la Universidad de Florencia. En esos años, conoció a una joven estudiante estadounidense, Heidi Hamm, quién se convertiría en su compañera de por vida. El professor Carlo Pucci le aconsejó que solicitara una beca para la Universidad de Texas en Austin. Allí, estudió con el profesor Ralph Showalter, pero pronto fue bastante autónomo en su investigación. En particular, uno de los temas en los que comenzó a pensar fue la *regularidad de las soluciones de las ecuaciones de evolución*. Estudió en profundidad la obra del gran matemático italiano Ennio De Giorgi, y a partir de ella desarrolló todo un conjunto

de herramientas que permitieron arrojar luz sobre algunos problemas abiertos en la teoría de ecuaciones elípticas y parabólicas.

Emmanuele y Heidi, doctorados en mano, realizaron un trabajo posdoctoral en la Universidad de Wisconsin. Durante su estadía allí, Emmanuele demostró la continuidad de las soluciones del problema de Stefan, en condiciones muy generales, allanando el ca-

²No viene al caso citar aquí a tantos otros ilustres analistas italianos que forman parte de nuestra cultura matemática, tan larga sería la cita.

mino para futuros desarrollos en el campo. Sin duda, la contribución más importante de DiBenedetto a la teoría de ecuaciones diferenciales parciales parabólicas es el método ahora llamado de las *escalas intrínsecas*, donde la escala a aplicar depende de la solución misma. Esta técnica, que DiBenedetto desarrolló con diferentes colaboradores, introdujo una nueva forma de estudiar las propiedades de regularidad de ecuaciones parabólicas degeneradas y singulares, tanto de medio poroso como de tipo p -laplaciano.

Después de Wisconsin, Emmanuele y Heidi trabajaron en la Universidad de Indiana en Bloomington. Poco después, el profesor Avner Friedman, líder mundialmente reconocido de las EDPs y sus aplicaciones, reclutó a Emmanuele para la Universidad Northwestern en Chicago; a la vez Heidi se incorporó al Departamento de Fisiología de la cercana Universidad de Illinois. Seguirían 16 años de trabajo, de descubrimientos y de éxitos. En la Universidad de Northwestern recibió a muchos colaboradores, entre ellos los autores de esta semblanza, y viajó por todo el mundo, incluyendo una visita a China en 1988, hecho entonces no frecuente.

Un gran reto científico vino a dar un vuelco a su vida cuando se incorporó a la Universidad Vanderbilt como Profesor Centenario de Matemáticas y Fisiología Molecular y Biofísica. Emmanuele continuó su trabajo en ecuaciones en derivadas parciales e inició un nuevo proyecto en Biomatemáticas, desarrollando modelos matemáticos de foto-transducción en el ojo de vertebrados en colaboración con su esposa, la farmacóloga Heidi Hamm, quien es una destacada científica en el campo de la señalización celular y de la foto-transducción. Emmanuele respondía así a un reto sentido por muchos matemáticos para hacer que la Matemática Aplicada de las universidades fuera más directamente aplicable, labor en la que tuvo éxito³.

Es prácticamente imposible enumerar a todos los científicos que se han beneficiado de las aportaciones de Emmanuele. Siempre fue muy generoso al compartir ideas, comentarios, conjeturas y posibles contraejemplos. Al mismo tiempo, tenía altos estándares para él y todos sus colaboradores: los problemas deben estar claramente motivados, los artículos deben redactarse de manera concisa, deben evitarse frases innecesarias, no puede haber lugar para compromisos rápidos y fáciles. *Ad astra per aspera*⁴.

3. Emmanuele visto por Juan Manfredi

Tras licenciarme en la Universidad Complutense de Madrid en 1979 y obtener el doctorado en Matemáticas en Washington University en St. Louis, Misuri, en 1986, tuve la gran oportunidad de trabajar como postdoc en la Universidad Northwestern durante el año académico 1988-89. Aprendí de Emmanuele a leer fuentes originales (a Vladimir Maz'ja sobre Teoría no lineal del potencial, a Karen Uhlenbeck sobre sistemas basados en el p -laplaciano, y a Ennio de Giorgi sobre regularidad). También aprendí a escribir con detalles completos las pruebas de regularidad, ardua y fecunda tarea.

Emmanuele tenía una habilidad especial para iterar expresiones complicadas e insistía en que sus discípulos siguiéramos su ejemplo escribiendo con precisión nuestros desarrollos matemáticos. Trabajamos en la regularidad para sistemas elípticos⁵ y escribimos uno

³Tales retos son especialmente apreciados en SEMA.

⁴Hacia las estrellas por la vía difícil.

⁵DiBenedetto, E.; Manfredi, J., *On the higher integrability of the gradient of weak solutions of certain degenerate elliptic systems*, Amer. J. Math. 115 (1993), no. 5, 1107–1134.

de los primeros artículos sobre el operador llamado infinito-laplaciano⁶, hoy día muy conocido. Estos artículos y buen consejo me ayudaron mucho a progresar en mi carrera.



Figura 3: En Montecatini-Terme, año 2017.

Como maestro Emmanuele era a la vez cariñoso y exigente. Después de días de trabajo intenso, Emmanuele y Heidi nos recibían en su casa donde disfrutábamos de conversaciones muy agradables y una comida italiana inigualable. Como colega Emmanuele era muy generoso con su tiempo y su experiencia. Tuve la fortuna de seguir en contacto con él visitándolo varias veces en Northwestern y en Vanderbilt, donde a menudo también estaban Ugo Gianazza y Vincenzo Vespri.

Recuerdo con emoción la última vez que cené con Heidi y Emmanuele en una trattoria en Fiesole, cerca de Florencia. Unos días antes nos vimos en Montecatini-Terme en una conferencia para la celebración del septuagésimo cumpleaños de Paolo Marcellini. Unos días después se celebraría en Cortona una conferencia para celebrar el septuagésimo cumpleaños de Emmanuele.

Riposa in pace, Emmanuele.

4. Recuerdos de Emmanuele por Miguel Angel Herrero

Cuando recuerdo a Emmanuele DiBenedetto pienso por un lado en alguno de los problemas matemáticos que le fascinaban y sobre los que tuve la fortuna de conocer sus ideas de primera mano, pero también y muy especialmente en sus amplios intereses humanos y culturales. A estas dos facetas complementarias, la del hombre y la del científico, dedicaré unas breves líneas a continuación.

En la época en que mantuve un estrecho contacto profesional con él⁷, Emmanuele estaba desarrollando su contribución, original y profunda, a la teoría de ecuaciones parabólicas no lineales. Se interesaba, por ejemplo, por ecuaciones de evolución como la asociada al operador p -laplaciano:

$$\partial_t u = \operatorname{div}(|\nabla u|^{p-2} \nabla u), \quad p \neq 2, \quad (1)$$

que es una extensión natural de la ecuación de difusión lineal:

$$\partial_t u = \Delta u, \quad (2)$$

⁶Bhattacharya, T., DiBenedetto, E., Manfredi, J, *Limits as $p \rightarrow \infty$ of $\Delta_p u_p = f$ and related extremal problems*, Some topics in nonlinear PDEs (Turin, 1989). Rend. Sem. Mat. Univ. Politec. Torino 1989, Special Issue, 15–68 (1991).

⁷El periodo en el que tuve un contacto más estrecho con él fueron los años 1986-89. Dos trabajos reseñables surgieron de esa época afortunada: DiBenedetto, E, Herrero, M. A.: *On the Cauchy Problem and Initial Traces for a Degenerate Parabolic Equation*, Trans. Amer. Math. Soc., 314(1), (1989), 187-224. DiBenedetto, E, Herrero, M. A.: *Nonnegative Solutions of the Evolution p -Laplacian Equation; Initial Traces and Cauchy Problem when $1 < p < 2$* , Archive for Rational Mechanics and Analysis, 1(3), (1990), 225–290.

y en la que la fuerte dependencia no lineal en el gradiente bloquea el recurso a técnicas de dualidad a la hora de establecer estimaciones locales para las soluciones, necesarias a su vez para obtener resultados de existencia y unicidad.

En una serie de trabajos que son ya clásicos en su campo, Emmanuele demostró que es posible analizar en detalle la estructura de las soluciones de ecuaciones (y también sistemas⁸, que incluyen (1) como caso particular), mediante el uso de las propiedades de escalas intrínsecas (*intrinsic scaling*) de esas ecuaciones. Una herramienta crucial en este estudio resulta ser una familia de desigualdades de tipo Harnack, cuya versión clásica ya desempeña un papel importante en el estudio de las funciones armónicas. A ello hay que añadir la obtención de desigualdades apropiadas sobre el gradiente de las soluciones, que requieren un sutil análisis iterativo del comportamiento de los correspondientes cocientes incrementales en dominios espacio-temporales, inmersos unos en otros como en un juego de muñecas rusas. La formulación de las desigualdades básicas y su estudio detallado hacen necesario un ejercicio de virtuosismo matemático para revelar las propiedades de regularidad que codifican. Emmanuele poseía esa rara capacidad de análisis. Su maestría técnica, ciertamente portentosa, le permitía ver, como a través de un potente microscopio, toda la compleja red de balances locales codificado en las ecuaciones consideradas y que sus soluciones deben satisfacer.

El extraordinario esfuerzo que Emmanuele dedicó a problemas de naturaleza matemática como el que he comentado coexistía naturalmente con su interés por la Física. Ello le permitía en ocasiones relacionar un trabajo propio de investigación con problemas clásicos, como la caracterización de la forma de las regiones anulares para las que el campo gravitatorio en su interior es nulo, que ya estudió en su día Newton⁹. Por otro lado, era capaz de plasmar sus profundos conocimientos en formulaciones claras e intuitivas, y transmitir su entusiasmo a sus alumnos y colaboradores.

A todo lo anterior hay que añadir su muy destacable interés por la docencia. Conservo desde hace tiempo las notas preliminares de un curso suyo sobre Ecuaciones en Derivadas Parciales (después convertido en libro) que he usado durante años en mis clases. De hecho, la forma en que allí se presentan algunos temas (por ejemplo, la teoría clásica del potencial) es, a mi juicio, insuperable. Una muestra de su entusiasmo por la transmisión del conocimiento son las monografías dedicadas a temas básicos (Análisis Real, Mecánica Clásica, Ecuaciones en Derivadas Parciales) cuya redacción supo compatibilizar con otra, de carácter más especializado, dedicada al tema que he mencionado al principio de estas líneas (Ecuaciones Parabólicas Degeneradas).

Emmanuele dedicaba mucho tiempo a su trabajo científico, pero aun le quedaban horas para otras pasiones, sobre las que le gustaba discutir y compartir sus opiniones... y su técnica depurada. Esto último se aplicaba, en particular, a la cocina. En concreto, cuando en alguna de las inolvidables veladas en su casa junto a su mujer, Heidi (distinguida científica y cordialísima persona) anunciaba que iba a preparar algún plato de pasta “sencillo”, los testigos felices de aquella declaración sabían que algo grande se avecinaba. Gracias a él conseguí una mínima familiaridad con los vinos californianos. Es apropiado mencionar aquí que uno de los favoritos de Emmanuele (y mío) llevaba, y sigue llevando, nada menos que el nombre de Newton en su etiqueta.

⁸Como en E. DiBenedetto, A. Friedman. *Hölder estimates for nonlinear degenerate parabolic systems*. J. Reine Angew. Math. 357 (1985), 1-22.

⁹E. DiBenedetto, A. Friedman: *Bubble growth in porous media*. Indiana Univ. Math. J. 35 (3) (1986): 573-608.

Emmanuele manifestaba un gran interés por la literatura y la historia sobre las que mantenía opiniones apasionadas. Él me introdujo a la obra de un paisano suyo siciliano, Leonardo Sciascia, a quien sigo frecuentando desde entonces. Recuerdo también sus opiniones, poco convencionales, sobre el papel del imperio romano (y de los demás imperios, por extensión) en la historia mundial, que tuvimos ocasión de debatir en una jornada en la que recorrimos los castillos romanos, con parada en Castelgandolfo, hasta llegar al santuario divinadorio de Palestrina: todo un viaje iniciático. A ello hay que añadir su interés por la cultura hispánica, que le llevó a establecer una segunda residencia en Quintana Roo, en Méjico y a hablar un excelente español.

Mucho más se podría decir, pero tal vez baste lo anterior para dar una idea, siquiera aproximada, de cómo vio a Emmanuele una de las personas que tuvo la fortuna de tratarle. Sobre su personalidad completa, y ya a modo de conclusión, podríamos decir con nuestro poeta:

*Que aunque la vida perdió
dejónos harto consuelo
su memoria.*

5. Emmanuele y su mundo por Juan Luis Vázquez

Tras una tesis leída en 1979 en la UCM sobre la “Existencia, unicidad y propiedades de algunas E.D.P.s semilineales” realizada bajo la dirección de Haim Brezis, decidí ampliar horizontes con una visita como Fulbright Scholar a los EE.UU en 1982 para trabajar con Don Aronson y Luis Caffarelli en la fabulosa Universidad de Minnesota¹⁰.

En poco tiempo una serie de circunstancias afortunadas me hicieron conocer a los profesores de referencia en esa época en las EDP del llamado *Midwest* americano: James Serrin, Hans Weinberger, Avner Friedman, John Nohel, Mike Crandall, Paul Rabinowitz, David Kinderlehrer, etc., así como a la joven generación, en muchos casos venida de Europa o América Latina; cito por proximidad a Luis Caffarelli, Carlos Kenig, Craig Evans, Michel Pierre, Philippe Bénilan (más senior pero siempre tan joven). En este número escogido aparece pronto Emmanuele DiBenedetto, estrella emergente en Northwestern University.

Nuestros intereses eran comunes en el tema general, el estudio de las ecuaciones elípticas y parabólicas no lineales de tipo degenerado¹¹. Pero mientras Emmanuele se hizo pronto un nombre como gran experto en el estudio de la regularidad siguiendo al maestro De Giorgi¹² y se obtenían resultados de regularidad holderiana, e incluso lipschitziana, para clases de ecuaciones muy generales, mi camino seguía la dirección que lleva a la regularidad de las fronteras libres y el estudio de las soluciones autosemejantes y el comportamiento asintótico¹³. También nos diferenciaba su predilección por la ecuación p -laplaciana (1), mientras yo me inclinaba por la ecuación de los medios porosos, $\partial_t u = \Delta u^m$, con $m > 1$ ó $m < 1$, como ecuación modelo de degeneración o singularidad¹⁴.

¹⁰Fabulosa al menos para mí.

¹¹Ese calificativo de degeneradas, a la par que el complementario de singulares, es precisamente lo que las hacía tan difíciles. La tesis de Emmanuele en la Univ. de Texas en Austin dirigida por Ralph Showalter se llamaba “Degenerate Evolution Equations in Hilbert Spaces”, es de 1979.

¹²Labor que interesaba también a Luis Caffarelli en direcciones diferentes, igualmente fructíferas.

¹³Siguiendo la senda de Grigori Barenblatt y la escuela rusa.

¹⁴Como refleja mi libro “The Porous Medium Equation”, Oxford Univ. Press, 2007.

Todos estos parecidos y diferencias condujeron a diversos encuentros y conversaciones que me sirvieron para comprender la profundidad de sus resultados y de su manera de pensar. No poco ayudaba nuestro común amor a Italia. Su influencia fue muy profunda sobre muchos investigadores que he tratado con frecuencia, como son mis coautores Juanjo y Miguel Ángel, pero también Daniele Andreucci en Roma, Ugo Gianazza en Pavia, José Miguel Urbano en Coimbra¹⁵ y Vincenzo Vespri en Florencia. No se trata de hacer una lista exhaustiva, solo de recordar amistades comunes que tuvieron un gran papel en la vida de Emmanuele y nos sirven de nexos con su mundo y su legado. Puedo decir con gran satisfacción que en mis dos últimos artículos en colaboración el libro “Degenerate Parabolic Equations” de Emmanuele es citado tras atento estudio.

Con ocasión de su 70 aniversario un grupo de colaboradores y amigos de Emmanuele editaron un libro en su honor, “Harnack Inequalities and Nonlinear Operators”¹⁶. El libro contiene en particular dos presentaciones de la actividad investigadora de Emmanuele escritas por matemáticos que le conocían muy bien, y cuya lectura recomendamos. Citaré un párrafo de la intervención de Vincenzo Vespri: “*The main contributions made by Emmanuele are the ones concerning the regularity of solutions to the p -Laplacean equations (for his results, Neil Trudinger named Emmanuele the p -Laplacean man), and the Harnack inequalities for degenerate parabolic quasilinear equations. For this last achievements, Juan Luis Vazquez named him and his students (Ugo Gianazza and me) as the Harnack’s brothers.*”

Dotado de una gran personalidad y humanismo, formidable en las disputas científicas, profundo en la visión, conversábamos hace tres años durante el Congreso Mundial de Fronteras Libres en el tórrido verano de 2017 en Shanghai. En un momento me dijo, más o menos, con una sonrisa: “Juan Luis, seguimos con el mismo ardor, pero somos más viejitos”. Y tanto.

Gracias Emmanuele por todo lo que hiciste, por todo lo que nos dejaste.

*Sit tibi terra levis.*¹⁷

6. Algunos datos

Los estudiantes doctorales

* Daniele Andreucci, Ph.D. 1991; Professor at the University of Rome, La Sapienza, Italy.

* Michael O’Leary, Ph.D. 1995; Sloan Fellow 1994-95; Professor Towson University, Baltimore, MD

* David Diller, Ph.D. 1996; Research scientist at Pharmacopeia

* Giovanni Caruso, Ph.D. 1999; Associate Professor, University of Rome, Tor Vergata, Italy

* Naian Liao, Vanderbilt Univ., Math. Dept., Ph.D 2014. Lecturer at the Math Dept of Chongqing Univ. China.

¹⁵ Autor de *The Method of Intrinsic Scaling*, Lecture Notes in Mathematics, vol. 1930, Springer, 2008.

¹⁶ *Proceedings of the INdAM conference to celebrate the 70th birthday of Emmanuele DiBenedetto*, (editores: V. Vespri, U. Gianazza, U., D.D. Monticelli, F. Punzo, D. Andreucci).

¹⁷ Que la tierra te sea ligera.

* Colin Klaus Stockdale, Vanderbilt Univ., Math. Dept., Ph.D 2017. Postdoctoral Fellow at the MBI Ohio State.

Los libros

- *Harnack's Inequality for Degenerate and Singular Parabolic Equations* (con U. Gianazza y V. Vespri), Springer Monographs, Nov 2011.
- *Classical Mechanics*, Birkhäuser, Boston, Nov. 2010.
- *Partial Differential Equations*, 2nd Edition Birkhäuser, Boston, Nov. 2009.
- *Real Analysis*, Birkhäuser, Boston, Advanced Text Series, May 2002.
Chinese Ed. Chinese Higher Education Press, Nov 2007.
2nd Ed., Birkhauser, Boston, Advanced Text Series, 2016.
- *Partial Differential Equations*, Birkhäuser, Boston, 1995.
- *Degenerate Parabolic Equations*, Springer Verlag New York, Series Universitext, 1993.
- *Nonlinear Partial Differential Equations*, AMS, Contemporary Mathematics, Vol. 238, Providence RI 1999, (edited with G.Q. Cheng).
- *Degenerate and Singular Parabolic Equations in Divergence Form and with Measurable Coefficients*, Lipschitz Lectures, Inst. fur Angew. Math. Bonn, Alemania, 1992.



Figura 4: Fotos de los autores: MAH, JJM y JLV.