

In memoria di Emmanuele DiBenedetto (1947-2021)

Miguel Ángel Herrero

Universidad Complutense di Madrid

Membro corrispondente dell'Accademia Reale Spagnola delle Scienze

Juan José Manfredi

Università di Pittsburgh

Membro della Royal Norwegian Society of Sciences and Letters

Juan Luis Vázquez Suárez

Membro dell'Accademia Reale Spagnola delle Scienze

Univ. Autónoma di Madrid ed Univ. Complutense di Madrid

Questa è la versione italiana del articolo *En memoria de Emmanuele DiBenedetto*, apparso nel Boletín electrónico de la SEMA, no. 27, p. 31–38.



Figura 1: Emmanuele DiBenedetto

Con queste righe vogliamo commemorare il grande matematico italiano Emmanuele DiBenedetto, morto di cancro l'11 maggio scorso nella sua casa di Nashville, Tennessee (USA), all'età di 74 anni. Era professore emerito di matematica e di fisiologia molecolare e biofisica alla Vanderbilt University (a Nashville).

Nato in Sicilia nel 1947, studente presso l'Università di Firenze, dopo la laurea è emigrato negli Stati Uniti dove si è presto distinto per talento, originalità e carattere. Dopo avere lavorato in diverse diverse università americane, arrivò alla Northwestern University, situata a Evanston (Chicago), dove è rimasto per 16 anni. Esperto di equazioni differenziali alle derivate parziali (scritte frequentemente EDP, o PDE in inglese) non lineari, sin dagli anni 1980 le sue idee originali e i suoi contributi fondamentali hanno avuto un grande impatto sulla teoria delle equazioni ellittiche e paraboliche in tutto il mondo, soprattutto nella teoria della regolarità delle soluzioni. Autore di diversi libri, la sua opera *Degenerate Parabolic Equations*¹ è diventata una lettura classica del campo.

¹DiBenedetto, Emmanuele, *Degenerate parabolic equations*, Universitext. Springer-Verlag, New York, 1993. xvi+387 pp. ISBN: 0-387-94020-0

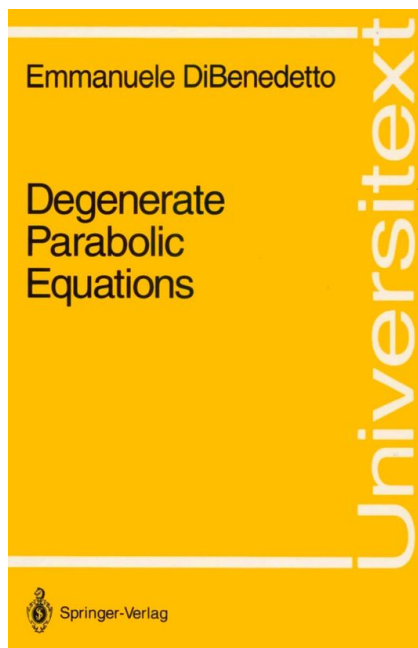


Figura 2: Il suo libro più famoso

che spesso portavano ad amicizie durature. In questo ambiente, i presenti autori hanno avuto modo di conoscere Emmanuele come collega, come amico, come collaboratore e infine come maestro di matematici, compito al quale ha dedicato una buona parte del suo tempo.

Presentiamo ora alcuni brevi dettagli della sua vita, seguiti da alcuni ricordi personali degli autori di questo articolo, che la sua morte prematura riempie di dolore.

1. Dettagli della sua vita matematica

Emmanuele è nato a Lentini, in Sicilia, il 4 aprile 1947, primo figlio di Nunzio DiBenedetto e di Elvira Papalino. Era orgoglioso della sua origine siciliana, come lo erano altri siciliani noti in Spagna come Leonardo Sciascia o Andrea Camilleri. Ha studiato al Liceo Classico Cutelli di Catania, diplomandosi nel 1966. Il suo amore per la cultura classica, lo ha sempre attribuito alla sua educazione liceale, ricevuta in un eccellente sistema scolastico pubblico.

Ha studiato matematica presso l'Università di Firenze. In quegli anni, incontrò una giovane studentessa americana, Heidi Hamm, che sarebbe poi diventata la sua compagna di vita. Il professor Carlo Pucci gli consigliò di fare domanda per una borsa di studio all'Università del Texas a Austin. Lì, Emmanuele studiò con il professor Ralph Showalter, ed fu presto abbastanza autonomo nella sua attività di ricerca. In particolare, uno degli

²Risulta impossibile citare qui i tanti altri illustri analisti italiani che fanno parte della nostra cultura matematica, sarebbe troppo lungo farlo.

argomenti su cui iniziò a riflettere fu quello della *regolarità delle soluzioni di alcune equazioni di evoluzione*. Studiò a fondo l'opera di De Giorgi, e da queste fondamenta sviluppò tutta una serie di strumenti e tecniche che permisero poi, a lui e ad altri dopo di lui, di fare luce su numerosi problemi aperti nella teoria delle equazioni dette ellittiche e paraboliche.

Emmanuele e Heidi, dottorato in mano, conseguirono una posizione postdottorale presso l'Università del Wisconsin. Durante il suo soggiorno, Emmanuele dimostrò la continuità delle soluzioni del problema di Stefan, in condizioni molto generali, aprendo la via allo sviluppo di un nuovo approccio al problema. Il contributo più importante del DiBenedetto alla teoria delle EDP paraboliche è il metodo ora conosciuto come *metodo delle scale intrinseche*, dove il riscaldamento da applicare dipende dalla soluzione stessa. Questa tecnica, che DiBenedetto ha sviluppato con diversi collaboratori, ha introdotto un nuovo modo di studiare le proprietà di regolarità delle equazioni paraboliche degeneri e singolari, i cui prototipi sono l'equazione dei mezzi porosi e quella di tipo p -laplaciano.

Dopo il periodo in Wisconsin, Emmanuele e Heidi si stabilirono all'Indiana University di Bloomington. Poco dopo, il professor Avner Friedman, leader di fama mondiale nelle EDP e nelle loro applicazioni, reclutò Emmanuele alla Northwestern University di Chicago; allo stesso tempo Heidi si unì al Dipartimento di Fisiologia della vicina Università dell'Illinois. Seguirono sedici anni di lavoro, scoperte e successi. Alla Northwestern University Emmanuele ha ricevuto molti collaboratori, tra cui gli autori di questa nota biografica, ed ha viaggiato in tutto il mondo, compresa una visita in Cina nel 1988, un evento raro a quei tempi.

Una grande sfida scientifica dette una svolta alla sua vita quando si unì alla Vanderbilt University come *Centennial Professor* di Matematica e Fisiologia Molecolare e Biofisica. Parallelamente al suo eccellente lavoro sulle equazioni alle derivate parziali, Emmanuele iniziò un nuovo progetto in Biomatemática, sviluppando modelli matematici della fototrasduzione nell'occhio dei vertebrati in collaborazione con sua moglie, la farmacologa Heidi Hamm, una scienziata leader nel campo della segnalazione cellulare e della fototrasduzione. Emmanuele rispondeva così a una sfida, sentita e condivisa da molti matematici: rendere la matematica applicata universitaria più direttamente applicabile. Compito in cui riuscì pienamente.

È praticamente impossibile elencare tutti gli scienziati che hanno beneficiato dei contributi di Emmanuele. Era sempre molto generoso nel condividere idee, commenti, congetture e possibili controesempi. Allo stesso tempo, aveva standard elevati per se stesso e per tutti i suoi collaboratori. Secondo lui, i problemi devono essere chiaramente motivati, gli articoli devono essere scritti in modo conciso, le frasi inutili devono essere evitate, non ci può essere spazio per compromessi facili e veloci. *Ad astra per aspera*³

2. Emmanuele visto da Juan Manfredi

Dopo essermi laureato presso a l'Università Complutense di Madrid nel 1979 e aver ottenuto un dottorato in matematica alla Washington University di St. Louis, Missouri, nel 1986, ho avuto la grande opportunità di lavorare come postdoc alla Northwestern University durante l'anno accademico 1988-89. Ho imparato da Emmanuele a leggere la

³Per le difficoltà si va alle stelle.

matematica direttamente dalle fonti originali (Vladimir Maz'ja sulla teoria del potenziale non lineare, Karen Uhlenbeck sui sistemi basati sul p -laplaciano ed Ennio de Giorgi sulla regolarità). Ho anche imparato a scrivere in dettaglio le dimostrazioni di regolarità, un compito arduo, ma fruttuoso.

Emmanuele era tecnicamente un virtuoso, aveva una straordinaria capacità di iterare espressioni complicate, e insisteva che i suoi discepoli seguissero il suo esempio, scrivendo con precisione e dovizia di dettagli i loro sviluppi matematici. Abbiamo lavorato sulla regolarità dei sistemi ellittici⁴ e abbiamo scritto uno dei primi articoli sul cosiddetto operatore infinito-laplaciano⁵, oggi molto noto e studiato. Questi articoli, accompagnati da buoni consigli personali, mi hanno fortemente aiutato a progredire nella mia carriera.



Figura 3: A Montecatini-Terme, anno 2017

Come direttore scientifico, Emmanuele era allo stesso tempo premuroso ed esigente. Dopo giorni di intenso lavoro, Emmanuele e Heidi ci accoglievano nella loro casa dove godevamo di piacevoli conversazioni e di un impareggiabile cibo italiano. Come collega, Emmanuele è stato sempre molto generoso, condividendo il suo tempo e la sua esperienza. Ho avuto la fortuna di rimanere in contatto con lui visitandolo più volte alla Northwestern e alla Vanderbilt, dove spesso erano presenti anche Ugo Gianazza e Vincenzo Vespri.

Ricordo con emozione l'ultima volta che ho incontrato Heidi ed Emmanuele in una trattoria di Fiesole, vicino a Firenze. Qualche giorno prima ci siamo incontrati a Montecatini-Terme

in una conferenza per la celebrazione del 70^o compleanno di Paolo Marcellini. Pochi giorni dopo si tenne una conferenza a Cortona per celebrare il settantesimo compleanno di Emmanuele.

Riposa in pace, Emmanuele.

3. Ricordi di Emmanuele di Miguel Angel Herrero

Quando ricordo Emmanuele DiBenedetto, mi ritornano in mente soprattutto due cose: alcuni dei problemi matematici che lo affascinavano e sui quali ho avuto la fortuna di conoscere le sue idee in prima persona, ma anche e soprattutto i suoi vasti interessi umani e culturali. A questi due aspetti complementari, quello dell'uomo e quello dello scienziato, dedicherò ora qualche riga.

All'epoca in cui ero in stretto contatto professionale con lui⁶, Emmanuele stava svilup-

⁴DiBenedetto, E.; Manfredi, J., *On the higher integrability of the gradient of weak solutions of certain degenerate elliptic systems*, Amer. J. Math. 115 (1993), no. 5, 1107–1134.

⁵Bhattacharya, T., DiBenedetto, E., Manfredi, J., *Limits as $p \rightarrow \infty$ of $\Delta_p u_p = f$ and related extremal problems* Some topics in nonlinear PDEs (Turin, 1989). Rend. Sem. Mat. Univ. Politec. Torino 1989, Special Issue, 15–68 (1991).

⁶Il periodo in cui ho avuto il contatto più stretto con lui è stato il 1986-89. Da quel periodo fortunato sono usciti due lavori che considero notevoli: DiBenedetto, E, Herrero, M. A.: *On the Cauchy Problem and*

pando il suo originale e profondo contributo alla teoria delle equazioni paraboliche non lineari. Era interessato, per esempio, alle equazioni di evoluzione come quella associata all'operatore p -laplaciano:

$$\partial_t u = \operatorname{div}(|\nabla u|^{p-2} \nabla u), \quad p \neq 2, \quad (1)$$

che è un'estensione naturale dell'equazione di diffusione lineare:

$$\partial_t u = \Delta u, \quad (2)$$

e dove la forte dipendenza non lineare dal gradiente impedisce di usare tecniche di dualità classiche per stabilire stime locali per le soluzioni, che sono necessarie per ottenere risultati di esistenza e unicità.

In una serie di lavori che sono ormai dei classici nel suo campo, Emmanuele mostrò che è possibile analizzare in dettaglio la struttura delle soluzioni delle equazioni (e anche dei sistemi)⁷, che includono la (1) come caso particolare, utilizzando le loro proprietà di riscaldamento intrinseco. Si tratta di una tecnica oggi nota in letteratura come *intrinsic scaling*. Uno strumento cruciale in questo studio risulta essere una famiglia di disuguaglianze di tipo Harnack, la cui versione classica giocava già un ruolo importante nello studio delle funzioni armoniche. A questo si deve aggiungere la derivazione di opportune disuguaglianze sul gradiente delle soluzioni, che richiedono una sottile analisi iterativa del comportamento dei corrispondenti quozienti incrementali in domini spazio-temporali, immersi uno nell'altro come in un gioco di bambole russe. La formulazione delle disuguaglianze di base e il loro studio dettagliato richiedono un notevole esercizio di virtuosismo matematico per rivelare le proprietà di regolarità che codificano. Emmanuele possedeva questa rara capacità di analisi. La sua padronanza tecnica, certamente portentosa, gli permetteva di vedere, come in un potente microscopio, tutta la complessa rete di equilibri locali, codificati nelle equazioni e soddisfatti dalle soluzioni.

Lo straordinario sforzo che Emmanuele dedicava a problemi di natura matematica, come quello che ho menzionato, coesisteva naturalmente con il suo interesse per la fisica. Questo gli permise a volte di mettere in relazione il proprio lavoro di ricerca con problemi classici, come la caratterizzazione della forma delle regioni anulari per le quali il campo gravitazionale al loro interno è zero, che Newton aveva già studiato ai suoi tempi⁸. D'altra parte, era capace di tradurre le sue profonde conoscenze in formulazioni chiare e intuitive, e di trasmettere il suo entusiasmo ai suoi studenti e collaboratori.

A tutto questo bisogna aggiungere il suo notevole interesse per l'insegnamento. Ho conservato a lungo gli appunti preliminari di un suo corso sulle EDP (poi trasformato in un libro) che ho usato per anni nelle mie lezioni. Di fatto, il modo in cui alcuni argomenti sono presentati in quelle note (per esempio, la teoria classica del potenziale) è, secondo me, insuperabile. Un esempio del suo entusiasmo per la trasmissione del sapere sono le

Initial Traces for a Degenerate Parabolic Equation, Trans. Amer. Math. Soc., 314(1), (1989), 187-224.
 DiBenedetto, E, Herrero, M. A: *Nonnegative Solutions of the Evolution p -Laplacian Equation; Initial Traces and Cauchy Problem when $1 < p < 2$* , Archive for Rational Mechanics and Analysis, 1(3), (1990), 225-290.

⁷Come in E. DiBenedetto, A. Friedman. *Hölder estimates for nonlinear degenerate parabolic systems*. J. Reine Angew. Math. 357 (1985), 1-22.

⁸E. DiBenedetto, A. Friedman: *Bubble growth in porous media*. Indiana Univ. Math. J. 35 (3) (1986): 573-608.

monografie dedicate ad argomenti di base (Analisi Reale, Meccanica Classica, Equazioni alle derivate parziali) la cui scrittura sapeva combinare con un'altra, di natura più specialistica, dedicata all'argomento che ho menzionato all'inizio (Equazioni Paraboliche Degeneri).

Emmanuele dedicava molto tempo al suo lavoro scientifico, ma gli rimanevano ancora delle ore da dedicare alle altre passioni, delle quali amava discutere e condividere le sue opinioni... e la sua tecnica raffinata. Quest'ultimo si riferiva, in particolare, alla cucina, per esempio quando in una delle indimenticabili serate a casa con sua moglie, Heidi (un'illustre scienziata e persona molto cordiale) annunciava che avrebbe preparato un piatto di pasta, i felici testimoni di quella dichiarazione sapevano che qualcosa di grande stava arrivando. Grazie a lui ho acquisito un minimo di familiarità con i vini della California. È opportuno ricordare qui che uno dei preferiti di Emmanuele (e mio) portava, e porta ancora, nientemeno che il nome di Newton sulla sua etichetta.

Emmanuele ha sempre mostrato un grande interesse per la letteratura e la storia, di cui aveva opinioni appassionate. Mi fece conoscere il lavoro di un suo collega siciliano, Leonardo Sciascia, che da allora ho continuato a leggere. Ricordo anche le sue opinioni non convenzionali sul ruolo dell'impero romano (e di altri imperi, per estensione) nella storia del mondo, che abbiamo avuto modo di discutere in una giornata di visita ai castelli romani, facendo tappa a Castelgandolfo, fino ad arrivare al santuario divinatorio di Palestrina: un bel viaggio iniziatico. A questo si deve aggiungere il suo interesse per la cultura ispanica, che lo ha portato a stabilire una seconda residenza a Quintana Roo, in Messico, e a parlare un buon spagnolo.

Ci sarebbe molto altro da dire, ma questo è forse sufficiente a dare un'idea, anche approssimativa, di come Emmanuele era visto da una delle persone che hanno avuto la fortuna di conoscerlo. Vorrei concludere con le parole del poeta spagnolo Jorge Manrique, que ben si adattano a Emmanuele come persona:

*Que aunque la vida perdió
dejónos harto consuelo
su memoria.*

4. Emmanuele e il suo mondo, da Juan Luis Vázquez

Dopo una tesi difesa nel 1979 all'Univ. Complutense di Madrid su "Esistenza, unicità e proprietà di alcune EDP semilineari" svolta sotto la direzione di Haim Brezis, io decise di allargare i miei orizzonti con una visita negli Stati Uniti nell'anno 1982 come Fulbright Scholar, per lavorare con Don Aronson e Luis Caffarelli nella favolosa Università del Minnesota.

Una serie di circostanze fortunate mi portò a conoscere in breve tempo i principali professori dell'epoca attivi nelle EDP nella regione del cosiddetto Midwest americano: James Serrin, Hans Weinberger, Avner Friedman, John Nohel, Mike Crandall, Paul Rabinowitz, David Kinderlehrer, ecc., così come la generazione più giovane, in molti casi proveniente dall'Europa o dall'America Latina; cito per prossimità Luis Caffarelli, Carlos Kenig, Craig Evans, Michel Pierre, Philippe Bénilan. A questa mia selezione non ha tardato molto ad aggiungersi Emmanuele DiBenedetto, stella emergente della Northwestern University.

I nostri interessi erano comuni nel tema generale, cioè lo studio delle equazioni ellittiche

e paraboliche non lineari di tipo degenere⁹ era il tema di ricerca che ci ha fatto incontrarci.

Emmanuele acquistò presto la fama di grande esperto nello studio della regolarità, seguendo il maestro De Giorgi¹⁰ e ottenne risultati di regolarità hölderiana e persino lipschitziana per classi molto generali di equazioni. Il mio percorso invece, ha seguito la direzione che portava alla regolarità delle frontiere libere, allo studio delle soluzioni auto-similari e del comportamento asintotico¹¹.

Con Emmanuele, divergevamo anche nella sua predilezione per l'equazione di diffusione p-Laplaciana (1), a cui rispondeva con una inclinazione verso l'equazione dei mezzi porosi, $\partial_t u = \Delta u^m$, con $m > 1$ o $m < 1$, come equazione modello di degenerazione o singolarità¹².

Tutte queste somiglianze e differenze ci hanno portato a diversi incontri e conversazioni, che mi hanno aiutato a capire la profondità dei suoi risultati e del suo modo di pensare. Il nostro comune amore per l'Italia ha aiutato non poco. La sua influenza è stata molto profonda su molti ricercatori con cui ho avuto spesso a che fare, come i miei coautori Juanjo e Miguel Angel, ma anche Daniele Andreucci a Roma, Ugo Gianazza a Pavia, José Miguel Urbano a Coimbra¹³, e Vincenzo Vespri a Firenze. Non si tratta di fare una lista esaustiva, ma solo di ricordare amicizie comuni che hanno avuto un grande ruolo nella vita di Emmanuele e che servono da collegamento con il suo mondo e la sua eredità. Posso dire con grande soddisfazione che nei miei ultimi due articoli vengono citati capitoli del libro di Emmanuele "Degenerate Parabolic Equations" come conseguenza di un attento studio.

In occasione del suo 70° compleanno un gruppo di collaboratori e amici di Emmanuele ha curato un libro in suo onore, "Harnack Inequalities and Nonlinear Operators"¹⁴. Il libro contiene in particolare due presentazioni dell'attività di ricerca di Emmanuele scritte da matematici che lo conoscevano bene e di cui consigliamo la lettura. Citerò un paragrafo della presentazione di Vincenzo Vespri: "*I principali contributi di Emmanuele sono quelli relativi alla regolarità delle soluzioni delle equazioni p-Laplaceane (per i suoi risultati, il gran matematico australiano Neil Trudinger ha chiamato Emmanuele l'uomo p-Laplaceano), e le disuguaglianze di Harnack per equazioni paraboliche degeneri quasi-lineari. Per questi ultimi risultati, Juan Luis Vázquez ha nominato lui e i suoi studenti (Ugo Gianazza ed io) come the Harnack's brothers (i fratelli Harnack)*".

Dotato di una grande personalità e umanità, formidabile nelle dispute scientifiche, profondo nella visione, qualità che ben si riassumono in una frase di più di tre anni fa, durante il Congresso Mondiale di Free Boundaries (frontiere libere) nella torrida estate dell'anno 2017 a Shanghai. A un certo punto mi ha detto, più o meno, con un sorriso: "*Juan Luis, seguimos con el mismo ardor, pero somos más viejitos*"¹⁵. Così vero.

Grazie Emmanuele per tutto quello che hai fatto, per tutto quello che ci lasci.

Sit tibi terra levis.

⁹Il carattere detto degenere, assieme alla controparte singolare, è precisamente ciò che rende così difficile lo studio di queste equazioni. La tesi di Emmanuele all'Univ. del Texas a Austin, diretta da Ralph Showalter, in 1979, si chiamava intitolata "Degenerate Evolution Equations in Hilbert Spaces".

¹⁰Lavoro che interessò anche Luis Caffarelli in direzioni diverse, altrettanto fruttuose.

¹¹Seguendo il sentiero di Grigori Barenblatt e della scuola russa.

¹²Come si riflette nel mio libro "The Porous Medium Equation", Oxford Univ. Press, 2007.

¹³Autore di *The Method of Intrinsic Scaling*, Lecture Notes in Mathematics, vol. 1930, Springer, 2008.

¹⁴*Proceedings of the INdAM conference to celebrate the 70th birthday of Emmanuele DiBenedetto*, (editori: V. Vespri, U. Gianazza, U., D. D. Monticelli, F. Punzo, D. Andreucci).

¹⁵Juan Luis, abbiamo ancora lo stesso ardore, ma siamo più vecchi.

5. Alcuni dati

Studenti di dottorato

- * Daniele Andreucci, Ph.D. 1991; Professore all'Università di Roma, La Sapienza, Italia.
- * Michael O'Leary, Ph.D. 1995; Sloan Fellow 1994-95; Professore alla Towson University, Baltimore, MD.
- * David Diller, Ph.D. 1996; Ricercatore presso la Pharmacopeia.
- * Giovanni Caruso, Ph.D. 1999; Professore associato, Università di Roma, Tor Vergata, Italia.
- * Naian Liao, Vanderbilt Univ., Math. Dept., Ph.D 2014. Docente presso il dipartimento di matematica dell'Università di Chongqing in Cina.
- * Colin Klaus Stockdale, Vanderbilt Univ., Math. Dept., Ph.D 2017. Borsista post-dottorato presso l'MBI Ohio State.

I libri

- *Harnack's Inequality for Degenerate and Singular Parabolic Equations* (con U. Gianazza y V. Vespri), Springer Monographs, Nov. 2011.
- *Classical Mechanics*, Birkhäuser, Boston, Nov. 2010.
- *Partial Differential Equations*, 2nd Edition Birkhäuser, Boston, Nov. 2009.
- *Real Analysis*, Birkhäuser, Boston, Advanced Text Series, Maggio 2002.
Ed. cinese: Chinese Higher Education Press, Nov 2007.
Seconda Ed.: Birkhäuser, Boston, Advanced Text Series, 2016.
- *Partial Differential Equations*, Birkhäuser, Boston, 1995.
- *Degenerate Parabolic Equations*, Springer Verlag New York, Series Universitext, 1993.
- *Nonlinear Partial Differential Equations*, AMS, Contemporary Mathematics, Vol. 238, Providence RI 1999, (editato con G.Q. Cheng).
- *Degenerate and Singular Parabolic Equations in Divergence Form and with Measurable Coefficients*, Lipschitz Lectures, Inst. für Angew. Math. Bonn, Germania, 1992.



Figura 4: Foto degli autori: MAH, JJM y JLV.