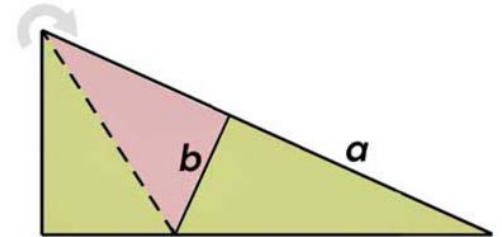


Propuesta Esprint-Estalmat 2020

Grupos de Segundo año

1. En un triángulo rectángulo se pliega un cateto sobre la hipotenusa como indica la figura. Si $a=90$ y $b=48$; calcula la longitud del lado menor del triángulo.

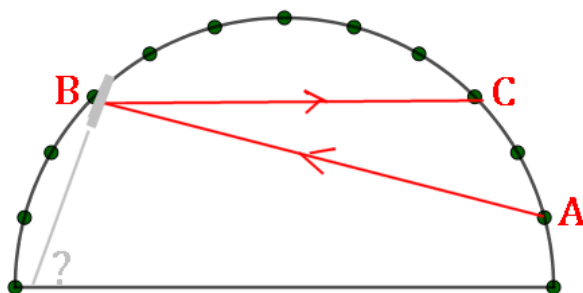
(La respuesta pasa al problema 8 como número P)



2. ¿Cuántos triángulos escalenos diferentes hay tales que la medida de sus lados sean números enteros de una cifra?

(La respuesta pasa al problema 9 como Q)

3. A un patio semicircular dan trece ventanas, igualmente espaciadas (representadas por puntos en la figura). Desde la ventana A se emite un



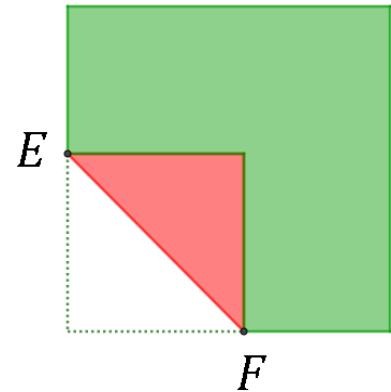
rayo de luz roja dirigido a la ventana B, donde hay un espejo que refleja el rayo que, entonces, acaba en la ventana C. Teniendo en cuenta que la perpendicular al espejo es bisectriz del ángulo que forman los rayos incidente y reflejado, ¿cuál es

el ángulo que forma el espejo con el diámetro del semicírculo? Expresa el resultado en grados y minutos

(Escribir la respuesta en grados y minutos)

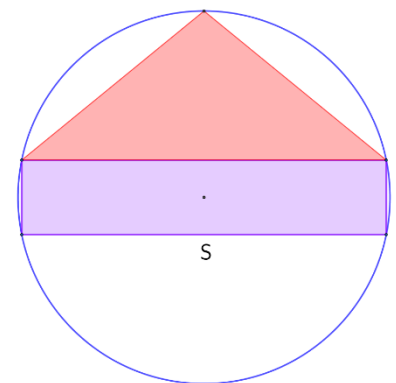
4. **(Viene un número N del problema 6)**

Un full quadrat de paper de $N \text{ cm}^2$ d'àrea, és verd per una cara i roig per l'altra. Dobleguem un cantó del full de manera que es forma un triangle amb dos costats paral·lels als costats del full, tal com mostra la figura. Si ara la superfície visible del full és la meitat roja i la meitat verda, quina és, en cm, la longitud del doblec EF?



5. **(Viene un número S del problema 7)**

En la figura adjunta, la base del rectangle mide $S \text{ cm}$ y el área del triángulo coincide con el área del rectángulo. Determina el cuadrado del radio de la circunferencia.



La respuesta es un número racional; si es una fracción deberá escribirse como una fracción irreducible.

6. ¿Cuántas ordenaciones de las letras de la palabra MATEMATICA hay de manera que no aparezcan ni dos vocales ni dos consonantes juntas?

Nota: las dos M, las dos T y las tres A se consideran indistinguibles (así pues, en este último caso no se tiene en cuenta la tilde de una de ellas).

(La respuesta pasa al problema 4 como N)

7. Cuando en clase descomponemos un número en factores primos, lo escribimos como producto de potencias de números primos distintos. A cada una de estas potencias la llamamos componente primaria del número, y la suma primaria de un número es la suma de sus componentes primarias. Así, la suma primaria de $2400 = 2^5 \cdot 3 \cdot 5^2$ es $2^5 + 3 + 5^2 = 60$. ¿Cuántos números del 2 al 100 tienen suma primaria 14? (Recuerda que se considera que 1 **no** es primo).

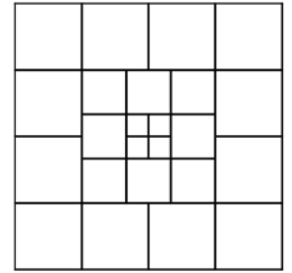
(La respuesta pasa al problema 5 como S)

8. **(Viene un número P del problema 1)**

Quizás este dibujo te ayude a calcular $4 \cdot 1^2 + 8 \cdot 2^2 + 12 \cdot 3^2$.

En cualquier caso, ¿cuánto vale la suma:

$$4 \cdot 1^2 + 8 \cdot 2^2 + 12 \cdot 3^2 + \dots + P \cdot 20^2 ?$$



9. **(Viene un número Q del problema 2)**

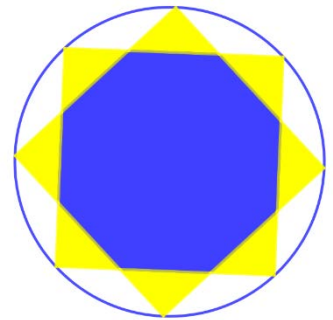
Sea $a_1 = 1$; $a_2 = 1 + (1 + 2)$; $a_3 = 1 + (1 + 2) + (1 + 2 + 3)$;

Calcula el valor de a_Q .

(Pasa la cifra de las decenas de la respuesta al problema 11 como valor de H)

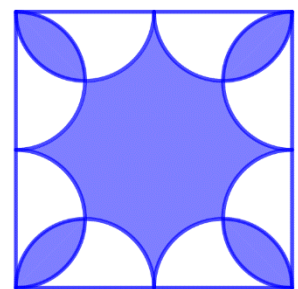
10. El radio de la circunferencia en la que está inscrito el polígono estrellado de la figura es 8. ¿Cuánto vale el cociente entre el área coloreada de azul y el área coloreada de amarillo?

La respuesta es de la forma $a + \sqrt{b}$ donde a y b son números enteros.



11. **(Viene un número H del problema 9)**

El lado del cuadrado mide H cm. Calcula el área coloreada formada con 8 semicírculos.



12. Calcula el resultado de

$$2020^2 + 2019^2 - 2018^2 - 2017^2 + 2016^2 + 2015^2 - 2014^2 - 2013^2 + \dots \\ + 1924^2 + 1923^2 - 1922^2 - 1921^2$$

Propina 1

Un recuerdo al profesor Josep Vaquer que nos dejó este año.

Se extraen tres bolas a la vez de una bolsa que tiene nueve bolas, numeradas del 1 al 9 ¿Cuál es la probabilidad de que entre las tres bolas extraídas NO aparezcan dos números consecutivos?

(Nota: no importa el orden de extracción de las bolas)

La respuesta es un número racional; si es una fracción deberá escribirse como una fracción irreducible.

Propina 2

Calcula el resultado de la fracción continua infinita:

$$1 + \frac{42}{1 + \frac{42}{1 + \frac{42}{1 + \frac{42}{1 + \frac{42}{1 + \dots}}}}}$$

Propina 3

Calcula el área de la zona sombreada.

La respuesta es un número racional; si es una fracción deberá escribirse como una fracción irreducible.

