

## Propuesta esprint 14 diciembre 2019

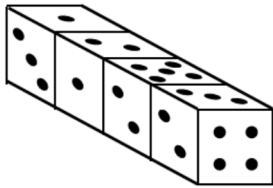
### Nivel veteranos

1. Si escribes el resultado de

$(10 + 1) \cdot (10^2 + 1) \cdot (10^3 + 1) \cdot (10^4 + 1) \cdot (10^5 + 1) \cdot (10^6 + 1) \cdot$   
¿cuánto suman las cifras del número que has escrito?

**Respuesta 64. Pasa al problema 8 como C=64**

2. Tenim 4 daus idèntics en fila. Els daus no són estàndard; els números de punts de les cares oposades no sumen necessàriament 7.



Quin valor té la suma de les 6 cares que són adjacents a algun altre dau?

**Respuesta: 20**

3. Ya sabes que  $k! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (k-1) \cdot k$ . Puedes comprobar que 12 es un divisor de  $10!$  i que  $12^2$  i  $12^3$  también lo son. Se pregunta el menor valor de  $k$  para el cual  $12^{12}$  es un divisor de  $k!$

**Respuesta: 28**

4. **Vienen dos números  $N$  i  $D$  del problema 6, respectivamente el numerador y el denominador de la fracción que es la respuesta de aquel problema**

Una sucesión  $(a_n)$  está definida de la manera que el primer término es  $N$ , el segundo término es  $D$  y a partir del tercero cada término es el cociente entre el último antes que él y el penúltimo, es decir:

$$a_1 = N, a_2 = D, a_{n+1} = \frac{a_n}{a_{n-1}} \text{ para } n \geq 1$$

¿Cuál es el término  $a_{2019}$ , es decir el que ocupa el lugar 2019º en la sucesión?

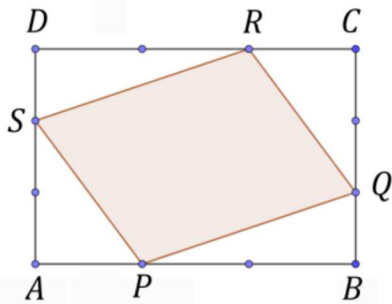
**Respuesta: 9/5**

5. El triángulo  $ABC$  es un triángulo rectángulo en  $A$ . El lado  $AB$  mide 2 cm.  $M$  es el punto medio de la hipotenusa  $BC$ . Y por este punto se traza una perpendicular a la hipotenusa que corta al cateto  $AC$  en un punto  $N$ . Se cumple que  $AN = NM$ . Siendo así, el área del triángulo  $ABC$  se puede escribir como  $\sqrt{P}$  para un valor de  $P$  que es un número entero. ¿Cuál es el valor de  $P$ ?

(Para los veteranos, sin figura)

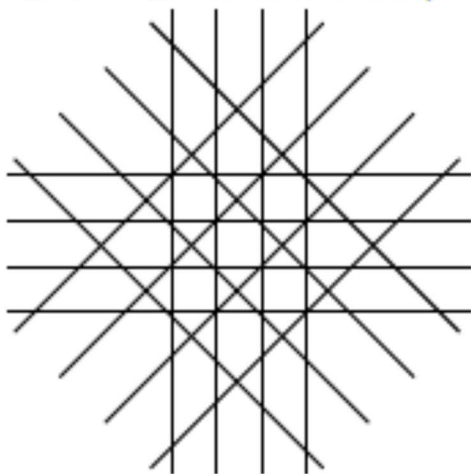
**Respuesta:  $P = 12$ . Pasa al problema 10 como P**

6. p2.- Sobre los lados de un rectángulo  $ABCD$  marcamos cuatro puntos  $P, Q, R, S$  que dividen cada uno de los lados por su tercera parte, como se esquematiza en la figura. ¿Qué fracción del área del rectángulo inicial representa el área del paralelogramo  $PQRS$ ?



Respuesta:  $5/9$ . A partir de esta fracción pasan al problema 4 dos números, el numerador se llama  $N$  y el denominador  $D$

7. Se trata de contar el número de paralelogramos que se pueden observar en la figura. Obsérvese que hay cuatro conjuntos de rectas, y que cada uno de ellos consta de cuatro rectas paralelas.



Respuesta 216.

8. Viene un número  $C=64$  del problema 1.

Siendo  $\frac{3}{E+1} + \frac{6}{S+2} + \frac{9}{T+3} + \frac{12}{A+4} + \frac{15}{L+5} + \frac{18}{M+6} + \frac{21}{A+7} + \frac{24}{T+8} = C$ ,  
 ¿cuál es el valor de  $\frac{E}{E+1} + \frac{S}{S+2} + \frac{T}{T+3} + \frac{A}{A+4} + \frac{L}{L+5} + \frac{M}{M+6} + \frac{A}{A+7} + \frac{T}{T+8}$ ?

Respuesta:  $-61/3$

9. En un pentágono regular consideramos el conjunto de segmentos cada uno de los cuales une dos vértices (es decir, que son los lados y las diagonales). Diremos que

dos de los segmentos de este conjunto están “separados” si no tienen ningún punto en común (ni siquiera uno de los extremos) . ¿Cuántas parejas de segmentos “separados” podemos encontrar?

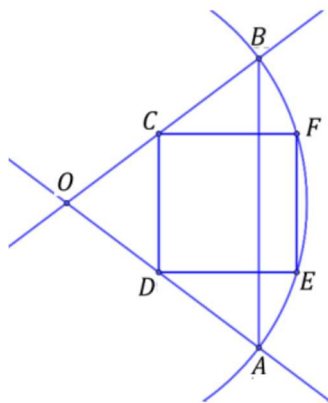
**Respuesta: 10. Pasa al problema 10 como número R.**

---

---

10. **Vienen dos números ,  $R$  del problema 9 y  $P$  del problema 5.**

En una circunferencia de centro  $O$  y radio  $R$  hemos trazado una cuerda  $AB$  de longitud dada por el número  $P$  que os han pasado. El cuadrado  $CDEF$  está inscrito en el sector  $OAB$  de modo que  $C$  está en el radio  $OB$ ,  $D$  está en el radio  $OA$  y  $E$  y  $F$  pertenecen a la circunferencia.



Halla el área del cuadrado  $ABCD$

**Respuesta:  $3600/109$**

11.-En un lotería se escoge al azar un conjunto de 3 números distintos del 1 al 10 ¿Cuál es la probabilidad que entre los tres números escogidos aparezcan dos números consecutivos?

**Respuesta:  $8/15$**

12. Tu misión es encontrar los tres caballos más rápidos de un grupo de veinticinco. No tienes un cronómetro. Solo puedes realizar carreras de hasta cinco caballos al mismo tiempo. No hay empates puesto que todos los caballos tienen velocidades diferentes. Un caballo más veloz siempre le gana a otro más lento. ¿Cuál es el mínimo número de carreras que hay que disputar para cumplir la misión?

**Respuesta: 7**

---

---

## Problemas de propina

P1.-¿De cuántas maneras se pueden ordenar las letras del código AAABBCC de manera que no haya dos letras iguales seguidas? (un ejemplo: ABABCAC)

Respuesta: 38

P2. Paula convierte cada arista de un cubo en un vector tomando como origen y extremo los dos vértices que determinan aquella arista y asignando a este vector, al azar, uno de los dos sentidos que puede tener. De esta manera obtiene 12 vectores y entonces los suma. Si lo hace de todas las maneras posibles, ¿cuántos resultados diferentes obtendrá?

Respuesta: 125

P3. En una frutería encontramos una exposición de manzanas como la que veis en la fotografía. En la primera capa hay 3, en la segunda hay 8, etc



Seguro que sabéis expresar algebraicamente cuántas manzanas habría en la capa  $n$ -sima. Y ello os puede ayudar para calcular cuántas manzanas habría en total si fuese posible apilar manzanas de la forma que se ve en la fotografía hasta que hubiese 50 capas,

Respuesta: 45475