Cincuenta Aniversario 1968 2018 UAM Universidad Autónoma de Madrid

Asignatura .... **Topología** .... Grupo ....

Apellidos .... Nombre ....

Ejercicio del día .... **14 de diciembre de 2017** ....

La puntuación máxima del examen es de 12 puntos. La calificación del examen será el mínimo entre 10 y el número de puntos obtenido.

1. (3 puntos) Se consideran los espacios topológicos $X = \mathbb{R}$ con la topología usual e $Y = \mathbb{R}$ con la topología cofinita. Para cada uno de los siguientes conjuntos de $X \times Y$:

$$\mathsf{A} = \mathbb{R} \times \{3\}, \qquad \mathsf{B} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \; x + y = 0\}$$

halla, en la topología producto, su interior y su cierre (no es necesario justificar la respuesta).

2. (3 puntos) Sea el espacio $X = \mathbb{R}$ con la topología $\mathcal{T}_{[\,)}$ de Sorgenfrey (o del límite inferior) y en él el conjunto $\mathsf{A} = [0, 1]$.

a. Decide razonadamente si A es compacto. **b.** Decide razonadamente si A es conexo.

3. (3 puntos) Decide razonadamente si los siguientes subconjuntos de $\mathbb{R}^2$ (con la topología usual) son o no homeomorfos:

$$\mathsf{A} = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \; x + y \geq 0\}, \qquad \mathsf{B} = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \; x^2 - y^2 = 0\}.$$

4. (3 puntos) Sean X un espacio topológico compacto, Y un espacio de Hausdorff y $f : X \to Y$ una aplicación continua.

a. Demuestra que f es cerrada.

b. Demuestra que si f es inyectiva entonces f es abierta si y solo si $f(X)$ es un abierto de Y.