

# TOPOLOGÍA

Viernes, 9/1/2015

Examen final

Curso 2014-2015

Apellidos: \_\_\_\_\_ Nombre: \_\_\_\_\_ Grupo: \_\_\_\_\_

**Hay que JUSTIFICAR todas las respuestas**

- 1) En  $\mathbb{R}^2$  se considera la topología  $\mathcal{T}_{[\cdot, \cdot]} \otimes \mathcal{T}_{[\cdot, \cdot]}$ .
  - a) Demostrar que esa topología es más fina que la usual.
  - b) Sea  $B = \{(x, y) : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4\}$ . Encontrar el interior y la adherencia de B.
  - c) Demostrar que B no es compacto.
  
- 2) Demostrar que no es posible que un espacio topológico tenga más componentes conexas que componentes conexas por caminos. ¿es posible que tenga más componentes conexas por caminos que componentes conexas?
  
- 3) Se considera la función  $f : (\mathbb{R}, \mathcal{T}_{usual}) \rightarrow (\mathbb{R}, \mathcal{T}_{[\cdot, \cdot]})$  definida por  $f(x) = x^2$ .
  - a) Demostrar que no es continua.
  - b) Demostrar que es abierta.
  - c) Demostrar que su grafo es cerrado en la topología producto  $\mathcal{T}_{usual} \otimes \mathcal{T}_{[\cdot, \cdot]}$ .
  
- 4) Decidir, en cada caso, si un círculo es un retracto por deformación fuerte del espacio en cuestión.
  - a) Un cono finito con tapa y sin vértice superior.
  - b) Un cono finito sin tapa y sin vértice superior.
  - c) Un cilindro finito sin tapas.