



Topología

Tercero de Matemáticas y de Informática-Matemáticas.
Junio 2014.

Apellidos..... Nombre..... Grupo.....

Hay que justificar todas las respuestas.

1. (1,5 puntos) Se considera $[0, 1] \times [0, 1]$ con la topología del orden lexicográfico. Hallar razonadamente el interior y la adherencia de $B = \{(x, y) : |x - 1/2| \leq 1/4, |y - 1/2| \leq 1/4\}$.

2. a) (1 punto) Hallar las componentes conexas de $[0, 1]$ con la topología $\mathcal{T}_{[,]}$.
b) (1 punto) Demostrar que no hay ninguna aplicación $f : ([0, 1], \mathcal{T}_{usual}) \rightarrow ([0, 1], \mathcal{T}_{[,]})$ que sea continua y sobreyectiva.
c) (1 punto) Describir todas las aplicaciones continuas $f : ([0, 1], \mathcal{T}_{usual}) \rightarrow ([0, 1], \mathcal{T}_{[,]})$.
(En todos los apartados se debe dar una explicación razonada).

3. En \mathbb{R}^2 con la topología usual se considera la espiral $A = \{(e^{-1/t} \cos t, e^{-1/t} \sin t) / 0 < t < \infty\}$.
a) (1 punto) Hallar su cierre y su interior.
b) (1 punto) Decidir si es compacto y si su cierre es compacto.
c) (1 punto) Decidir si es conexo y si su cierre es conexo.
d) (1 punto) Decidir si es conexo por arcos y si su cierre es conexo por arcos.
(En todos los apartados se debe dar una explicación razonada).

4. (1,5 puntos) Dar un ejemplo de dos espacios topológicos con grupo fundamental \mathbb{Z} que no sean homeomorfos. Justificar todo: que el grupo fundamental en los dos es \mathbb{Z} y que no son homeomorfos.