
Licenciatura en Matemáticas. Examen de Probabilidad I

Convocatoria extraordinaria, 1 de septiembre de 2000

1. Tres estudios de arquitectos A, B y C se presentan a un concurso de rehabilitación de un edificio histórico. El jurado ha decidido seleccionar para una segunda fase dos candidaturas y los arquitectos lo saben, aunque desconocen cuáles son. Un arquitecto del estudio A se ha enterado de que un buen amigo suyo tiene toda la información, sin embargo, no quiere preguntar directamente a su amigo si su estudio ha sido seleccionado y prefiere pedirle que le diga el nombre de otro de los dos estudios que va a ser seleccionado.

a) (1 pto.) Calcular la probabilidad de que sea seleccionado el estudio A antes de que el arquitecto pregunte a su amigo.

b) (1 pto.) Calcular la probabilidad de que sea seleccionado el estudio A si su amigo le contesta, por ejemplo, "B será seleccionado".

2. La estatura de los varones de una población es una variable aleatoria que sigue una distribución normal de media $\mu = 167$ cm. y desviación típica $\sigma = 3$ cm.

a) (1 pto.) ¿Cuál es el porcentaje de varones que tiene estatura

i) mayor de 170 cm.?

ii) entre 158 cm. y 176 cm.?

b) (1 pto.) En una muestra aleatoria de 4 varones de la población, ¿cuál es la probabilidad de que

i) todos tengan estatura mayor de 170 cm.?

ii) exactamente 2 tengan estatura superior a la media?

c) (1 pto.) Hallar el intervalo de estaturas centrado en la media que contiene al 99,5% de la población.

3. Supongamos que el vector aleatorio continuo (X, Y) tiene función de densidad conjunta dada por

$$f(x, y) = \begin{cases} x + y & \text{si } 0 < x, y < 1, \\ 0 & \text{en los otros casos.} \end{cases}$$

a) (1 pto.) Obtener la distribución de $Y|X = x$

b) (1 pto.) Calcular $E[Y|X = x]$ y $Var(Y|X = x)$.

4. La probabilidad de que un hijo tenga la misma profesión que alguno de sus padres es 0,6. Si el número de hijos en cada familia sigue una distribución de Poisson con media $\lambda = 4$,

a) (1 pto.) ¿cuál es la probabilidad de que en una familia ningún hijo tenga la profesión de alguno de sus padres?

b) (1 pto.) Demostrar que el número de hijos con la misma profesión que alguno de sus padres sigue una distribución de Poisson.

c) (1 pto.) ¿Cuál es el número esperado de hijos con la misma profesión que alguno de sus padres?
