

Probabilidad I
Segundo de Matemáticas UAM, curso 2004-2005
Examen final, 8-2-2005

1. Se tienen dos urnas U_1 y U_2 y cada una de ellas contiene un número a_i de bolas azules y b_i de bolas blancas, $i = 1, 2$, respectivamente. Se elige al azar una urna, que con probabilidad p_i resulta ser la urna U_i ($p_1 + p_2 = 1$), y de ella se extrae una bola.

a. Halla la probabilidad de que la bola extraída sea azul.

b. Se desconoce la urna de la que se ha extraído la bola, halla la probabilidad de que si la bola extraída es azul, ésta proceda de la urna U_1 .

2. Una variable aleatoria X toma valores $\{1, 2, 3, \dots\}$ con probabilidades

$$\mathbf{P}(X = n) = \frac{c}{5^n}.$$

a. Halla el valor de la constante c .

b. Halla $\mathbf{E}[X]$.

c. Halla $\mathbf{V}(X)$.

3. En una determinada población, la cantidad en sangre de Pb, medida en $\mu\text{g}/\text{cc}$, es una variable aleatoria X con función de densidad

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{300} & 0 < x < 20 \\ \frac{50-x}{1350} & 20 < x < 50. \end{cases}$$

a. Halla su función de distribución.

b. Halla la esperanza de X .

c. Halla $\mathbf{P}(10 < x \leq 30)$.

4. Sean X e Y variables aleatorias con función de densidad conjunta

$$f(x, y) = \begin{cases} c \cdot e^{-2x} e^{-y} & 0 < x < y \\ 0 & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

a. Halla el valor de la constante c .

b. Halla las funciones de densidad marginales.

c. Halla las funciones de densidad condicionadas (pon especial cuidado en determinar para qué valores de las variables están definidas las funciones). ¿Son las variables X e Y independientes?