**1. a.** Resuelve la ecuación $x^2 - 26x + 1 = 0$ usando la fórmula cuadrática. Utiliza aritmética con mantisa de 5 dígitos en base 10 para encontrar valores numéricos de las raíces de esta ecuación (por ejemplo, necesitarás $\sqrt{168} \approx 12'961$). Se produce alguna pérdida de significación del error?
**b.** Halla las raíces de la ecuación anterior con mayor precisión usando solamente aritmética con mantisa de 5 dígitos. (Sugerencia: $13 - \sqrt{168} = \frac{1}{13+\sqrt{168}}$).

**2.** Calcula $I = \int_0^1 \frac{e^x - 1}{x}\, dx$ con una precisión de $10^{-6}$, reemplazando $e^x$ por una aproximación con su polinomio de Taylor en $x = 0$ más su resto.

**3.** Si $g(x) = \int_0^x \frac{\log(1+t)}{t}\, dt$ .
**a.** Escribe el polinomio de Taylor de $g(x)$ en $x = 0$.
**b.** Acota superiormente el error que se produce al aproximar $g$ por su polinomio de Taylor de grado $n$ cuando $|x| \leq \frac{1}{2}$.
**c.** Encuentra $n$ para que el polinomio de Taylor de grado $n$ que aproxima a $g$ tenga un error inferior a $10^{-7}$ en $[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$.

**4.** (**Programa**) Comenzando con $x_0 = \pi, x_1 = \pi$ define $x_{n+2} = 4x_n - 3x_{n+1}, n = 0, 1, \cdots$ . Haz un programa que produzca los 30 primeros términos de esta serie. ¿Observas alguna anomalía?

**5.** (**Programa**) Diseña un programa que produzca las soluciones de una ecuación cuadrada $ax^2 + bx + c = 0$ cuando se le introducen los valores $a$, $b$ y $c$. Comprueba tu programa para algunas ecuaciones de grado dos cuya solución puedas encontrar de antemano.

**6.** Usa los polinomios de Taylor de $\operatorname{sen}(x)$ y de $\cos(x)$ en $x = 0$ para mostrar que $3\operatorname{sen}(x) - x\cos(x) \approx 2x$; y que por tanto,

$$x \approx \frac{3\operatorname{sen}(x)}{2 + \cos(x)} \ .$$

Encuentra el error que se comete en la aproximación y úsala para encontrar el valor de $\pi$ con cuatro decimales correctos.

**7.** Usa la fórmula de Machin (1706)

$$\frac{\pi}{4} = 4 \arctan \frac{1}{5} - \arctan \frac{1}{239}$$

para calcular el valor de $\pi$ con diez cifras decimales correctas. (El valor de $\pi$ con diez decimales correctos es: 3'14159265359.)

**8.** Usa la serie del binomio

$$(1+x)^\alpha = \sum_{n=0}^{\infty} \binom{\alpha}{n} x^n \qquad \text{donde} \qquad \binom{\alpha}{n} = \frac{\alpha(\alpha-1)\cdots(\alpha-n+1)}{n!}$$

para calcular $\sqrt{7}$ con cuatro decimales correctos.

**9.** Para calcular la exponencial tenemos las siguientes fórmulas:

$$(1) \qquad e^x = \lim_{m\to\infty} \left(1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \cdots + \frac{x^m}{m!}\right),$$

$$(2) \qquad e^x = \lim_{n\to\infty} \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n.$$

Suponiendo $x$ positivo se tienen las acotaciones (que no es necesario que pruebes):

$$\frac{x^2}{2n} < e^x - \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n < \frac{x^2 e^x}{2n}.$$

Se desea hallar $e^{1/10}$ con un error absoluto menor que $\frac{1}{2}10^{-8}$. ¿Cuánto ha de valer $m$ en (1)? ¿Cuánto ha de valer $n$ en (2)? ¿Qué fórmula es mejor para evaluar la exponencial?

**10.** Halla la serie de Taylor de $f(x) = \sqrt{1+x}$ en $x = 0$ y halla dos cotas para el resto de Taylor, una usando el resto de Lagrange y otra acotando el resto de la serie, cuando $|x| < 1$.

**11.** (**Programa**) Diseña un programa para encontrar las 30 primeras sumas parciales del desarrollo de Taylor de $e^{-8}$ alrededor del origen. (El valor de $e^{-8}$ con 10 cifras decimales correctas es $0'00033546263$. ¿Podrías mejorar los cálculos hechos anteriormente?