Cálculo Numérico. Curso 2009-2010
Práctica 2

Tema 3 y 4: Resolución de ecuaciones por métodos iterativos y sistemas lineales

1. Ejercicios

1. Lanzamos un proyectil desde el suelo con ángulo α respecto de la horizontal y velocidad inicial de 100 m/s. Suponiendo que la resistencia del aire es proporcional a la velocidad (con constante de proporcionalidad 0'4), halla el ángulo que da el alcance máximo.

[Indicación. El proyectil está sujeto en todo momento a dos aceleraciones: la de la gravedad y la que ejerce la resistencia del aire, $\mathbf{F}_R = -k\mathbf{v}$. Escribe las ecuaciones del movimiento en las variables x e y (suponemos que el movimiento tiene lugar en un plano vertical) y resuélvelas.]

Las ecuaciones del movimiento que resultan del cálculo anterior son:

$$x(t) = \frac{1}{\rho} v_{0x}(1 - e^{-\rho t}), \qquad y(t) = -v_\tau t + \frac{1}{\rho}(v_{0y} + v_\tau)(1 - e^{-\rho t})$$

donde v_{0x}, v_{0y} son las componentes del vector velocidad inicial $\mathbf{v}_0$, ρ es la constante $\rho = \frac{k}{m}$ y $v_\tau = \frac{g}{\rho} = \frac{mg}{k}$ es lo que se llama velocidad terminal.

Calcula los alcances x_α para cada ángulo $\alpha = 0 : 90$ en grados. Escribe estos alcances en una tabla de doble entrada y observa los valores obtenidos.

Dibuja las gráficas de las trayectorias para $\alpha = 0 : 5 : 90$.

2. Utiliza el método de la bisección, el método de Newton y el método de la secante para calcular el $\operatorname{sen} 1^\circ$ por medio de la ecuación $\operatorname{sen} 3\theta = 3 \operatorname{sen}\theta - 4 \operatorname{sen}^3\theta$ (antes tendrás que calcular el $\operatorname{sen} 3^\circ$ a partir de los valores de las razones trigonométricas de los ángulos de 72° y de 30°, que pueden determinarse geométricamente a partir del pentágono regular y del triángulo equilátero). Compara la efectividad de cada uno de los métodos y determina experimentalmente su orden de convergencia.

3. La función de Bessel $J_n(x)$ se puede definir como

$$J_n(x) = \frac{1}{\pi}\int_0^\pi \cos(x \sin t - nt)\, dt$$

a. Representar gráficamente $J_0(x)$ y localizar dar una estimación a ojo de sus siete primeros ceros.
b. Utilizar el método de Newton para calcular los siete primeros ceros de $J_0(x)$ con seis decimales correctos. [Para calcular la derivada de $J_0(x)$ se puede utilizar que $J_0'(x) = -J_1(x)$.]

4. Consideramos el siguiente sistema de ecuaciones lineales

$$\left\{\begin{array}{lcr} 2x_1 + 9x_2 + 3x_3 & = & 2, \\ 7x_2 + 4x_3 & = & -1, \\ x_1 - 6x_2 + 2x_3 & = & -3, \end{array}\right.$$

que también podemos escribir de la forma matricial $A \cdot x = b$. Escribe los siguientes programas:

a. `factorizacion.m`, que realice la factorización $L \cdot U$ de la matriz del sistema.

b. `sustitucionprogresiva.m` donde esté implementada la rutina de sustitución progresiva que calcula el vector c para el cual el sistema $U \cdot x = c$ es equivalente a $A \cdot x = b$.

c. `sustitucionregresiva.m` que resuelva el sistema $U \cdot x = c$ por el algoritmo de sustitución regresiva.

d. `determinante.m` que calcule $|A|$ a partir de la descomposición $L \cdot U$ obtenida en el primer apartado.

2. Fecha de entrega y presentación de la práctica

La fecha de entrega será el mismo día del control: grupo 11A Martes 23 de marzo a las 12:30; grupo 11B Jueves 25 de marzo a las 12:30; grupo 16 miércoles 24 de marzo a las 17:30. Los archivos se colocarán en una carpeta llamada `practica2`. Se presentará, además, un guión (impreso) de la práctica, que incluya el código, los estudios teóricos, resultados y comentarios que se consideren oportunos.

3. Calificación

Examen individual en la fecha de entrega. Se podrá preguntar sobre los problemas y programación de esta práctica, junto con ejercicios de problemas o preguntas teóricas relacionados con ellos. De 0 a 20 puntos.