

1. La cuarta parte de una población ha sido vacunada contra una enfermedad infecciosa. En el transcurso de una epidemia de dicha enfermedad, se constata que entre los enfermos hay un vacunado por cada 4 no vacunados.

a) ¿Es de alguna eficacia la vacuna?

b) Si se sabe que la epidemia ha afectado a uno de cada 12 vacunados ¿cuál es la probabilidad de caer enfermo para una persona no vacunada?

2. Una prueba de diagnóstico para un cierto tipo de cáncer tiene una probabilidad 0,96 de resultar positiva si el paciente tiene cáncer; el 95% de las personas sin cáncer dan negativo. Se elige una persona al azar en una población en la que el 0,5% tiene esta enfermedad: Si sabemos que ha dado positivo ¿qué probabilidad hay de que tenga cáncer?

3. Supongamos que tenemos 3 tarjetas de las cuales una tiene ambas caras rojas, otra ambas caras blancas y una tercera con una cara blanca y una roja. Se extrae una al azar y se coloca sobre la mesa.

Si la cara de arriba es roja ¿cuál es la probabilidad de que la de abajo también lo sea?

4. Se lanzan dos dados equilibrados. Consideremos la variable aleatoria X = suma de los puntos obtenidos. Calcular su función de masa y la $E(X)$.

5. Suponiendo que la probabilidad de que un niño que nace sea mujer es 0,49, hallar la probabilidad de que una familia de 6 hijos tenga

a) por lo menos una niña,

b) por lo menos un niño,

c) por lo menos un niño y una niña.

6. Una compañía de seguros con 10000 asegurados halla que el 0,005% de la población fallece cada año de un cierto tipo de accidente.

a) Hallar la probabilidad de que la compañía tenga que pagar a más de tres asegurados, por dicho accidente, en un año determinado.

b) ¿Cuál es el número medio de accidentes por año?

7. La probabilidad de que un individuo tenga una reacción alérgica al inyectarle un suero es 0,001. Hallar la probabilidad de que entre 2000 individuos tengan reacción alérgica:

a) exactamente tres,

b) más de 2.

8. En 1969 se descubrió que los faisanes de Montana (Estados Unidos) padecían una apreciable contaminación por mercurio debida a que habían comido semillas tratadas para su crecimiento con metilo de mercurio. Se sabe que el nivel de mercurio (medido en ppm) de un faisán seleccionado aleatoriamente en la población es una variable aleatoria con distribución $N(\mu=0,25; \sigma=0,10)$.

(a) Calcula la probabilidad de que, al seleccionar aleatoriamente un faisán de la población, su nivel de mercurio supere 0,30 ppm.

(b) Si se seleccionan aleatoria e independientemente 100 faisanes, calcula la probabilidad de que al menos 45 de ellos tengan un nivel de mercurio superior a 0,25 ppm.

(c) Si se seleccionan aleatoria e independientemente cuatro faisanes, calcula la probabilidad de que su nivel medio de mercurio sea superior a 0,30 ppm.

9. Un zoólogo estudia una cierta especie de ratones de campo. Para ello captura ejemplares de una población grande en la que la proporción de dicha especie es p .

a) Si $p = 0,30$ hallar la probabilidad de que en 6 ejemplares capturados haya al menos 2 de los que le interesan.

b) Si $p = 0,03$, calcular la probabilidad de que en 200 haya exactamente 3 de los que le interesan.

c) Si $p = 0,4$ calcular la probabilidad de que en 200 haya entre 75 y 110 de los que le interesan.

10. Se sabe que el nivel de tensión sanguínea diastólica (en mmHg) en una población es una variable con distribución normal de media $\mu = 87$ y desviación típica $\sigma = 7,5$. Un individuo se clasifica como hipertenso si su presión es mayor de 90 mmHg.

a) Calcula la probabilidad de que un individuo seleccionado al azar en esta población sea hipertenso.

b) Si se seleccionan aleatoriamente 100 individuos de la población, calcula la probabilidad aproximada de que entre ellos haya más de 40 hipertensos.

c) Calcula el valor aproximado del primer cuartil de la población, es decir, el valor Q_1 tal que la tensión sanguínea del 25% de los individuos de la población es menor que Q_1 .

d) Si se seleccionan aleatoriamente 9 individuos de la población, calcula la probabilidad de que su tensión media sea superior a 90 mmHg.

11. La capacidad de enrollar la lengua está controlada por una pareja de genes: el gen E que determina su enrollamiento y el gen e que lo impide. El gen E es dominante, de modo que una persona Ee será capaz de enrollar la lengua.

En una ciudad grande se sabe que aproximadamente el 40% no puede enrollar la lengua y el 60% si puede.

Si elegimos 200 personas al azar ¿cuál es la probabilidad de que más de 70 no puedan enrollar su lengua?

12. En una granja dedicada a la helicultura se crían dos tipos de caracoles: el común y el romano. La velocidad (en metros por hora) del caracol común de jardín (*Helix aspersa*) sigue una distribución $N(\mu = 50; \sigma = 5)$. La velocidad (en metros por hora) del caracol romano (*Helix pomatia*) sigue una distribución $N(\mu = 42; \sigma = 5)$.

Calcular la probabilidad de que un caracol de jardín elegido al azar recorra menos espacio en una hora que un caracol romano.

13. Se sabe que los niveles de triglicéridos (en mg/dL) en una población, tanto para los hombres como para las mujeres, tienen distribución normal. Para los hombres la distribución es $N(\mu = 100; \sigma = 30)$, y para las mujeres la distribución es $N(\mu = 90; \sigma = 25)$.

(a) Seleccionando un hombre al azar ¿cuál es la probabilidad de que su nivel de triglicéridos sea inferior a 130 mg/dL?

(b) Si se seleccionan aleatoria e independientemente un hombre y una mujer ¿cuál es la probabilidad de que el nivel de triglicéridos de la mujer sea superior al del hombre?

14. La concentración de ácido úrico en sangre (mg/dl) en la población de pacientes con síndrome de apnea-hipopnea durante el sueño (SAHS) sigue una distribución normal, $N(\mu = 6,30; \sigma = 1,50)$.

Se recomienda que la concentración de ácido úrico se mantenga por debajo de 7,20 mg/dl ya que por encima de ese valor, comienzan a surgir problemas (cálculos renales, gota, etc.).

(a) Calcula el porcentaje de pacientes de la población anterior, cuya concentración de ácido úrico se mantiene por debajo de 7,20 mg/dl.

(b) Si se seleccionan 50 pacientes al azar en esa población, calcula la probabilidad aproximada de que más de 30 de ellos tengan un nivel de ácido úrico aceptable (por debajo de 7,20 mg/dl).

15. La variable X = tiempo de vida activa (en días) de un plaguicida, viene representada por la función de densidad:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{500} e^{-\frac{x}{500}} & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{en el resto} \end{cases}$$

Calcular la mediana del tiempo de vida activa ¿Cuál es su significado?

16. La variable aleatoria X =Tiempo transcurrido (en horas) hasta el fallo de una pieza, tiene función de densidad:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{15000} e^{-\frac{x}{15000}} & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{en el resto.} \end{cases}$$

- Calcular el tiempo medio transcurrido hasta el fallo.
- Calcular el porcentaje de piezas que duran entre 10000 y 15000 horas.

17. Un viajero llega de improviso, sin conocer los horarios, a una estación de la que parte un tren cada 10 minutos. Consideremos la variable "tiempo de espera hasta la llegada de un tren". Proponer un modelo para esta variable y calcular:

- El tiempo medio de espera y el tiempo mediano de espera.
- La probabilidad de que espere menos de 3 minutos.
- La probabilidad de que espere entre 3 y 5 minutos.