1. **a.** Escribe las ecuaciones de los planos tangentes a la superficie $z = 2x^2 + y^2 - xy - 5y + 5$ en los puntos $(1, 2, -1)$ y $(0, 2, -1)$.
b. Escribe las ecuaciones paramétricas de la recta intersección de ambos planos.
c. Calcula la distancia de dicha recta al origen.

2. **a.** Escribe la ecuación del plano tangente a la superficie $z = x^2y - 3xy^2 + 2xy$ en el punto $(2, 1, 2)$.
b. Escribe la ecuación de la recta perpendicular a dicho plano que pasa por el origen $(0, 0, 0)$.
c. Calcula la distancia del origen a ese plano.

3. Halla y clasifica los puntos críticos de las siguientes funciones.
a. $x^2 + y^2 - 4x + 2y + 5$.
b. $xy^2 + 2x^2y - 6xy$.
c. $(x^2 + y^2)\exp(x + y)$.
d. $2y + \log(x^2 + 2xy)$.

4. Halla un vector normal y otro tangente a la curva $2x^3 - x^2y^2 = 3x - y - 7$ en el punto $P = (1, -2)$, y escribe ecuaciones de las rectas normal y tangente a esa curva en ese punto.

5. Necesitamos construir cajas de cartón, como las de zapatos, pero con la tapa (sólo una) de plástico. Cada cm^2 de cartón cuesta una peseta, cada cm^2 de plástico cuesta tres pesetas, y las cajas deben tener una capacidad de $2.000\,\mathrm{cm}^3$.
¿Cuáles son las dimensiones de la caja más barata posible?

6. Cierta compañía aérea exige que el equipaje de mano tenga unas dimensiones exteriores tales que el largo, más el ancho, más el alto, no supere los 150 cm. ¿Cuál es el volumen exterior máximo de un maletín que pueda ser transportado como equipaje de mano? (Olvida toda consideración estética o de otro tipo sobre las dimensiones del maletín.)
Cierto servicio de Correos exige algo parecido sobre las dimensiones de los paquetes: que el largo, más el doble del ancho, más el doble del alto, no supere los 180 cm. ¿Cuál es el volumen exterior máximo de un paquete aceptable?
(Se puede resolver igual que la pregunta anterior, pero hay una forma ingeniosa de usar la respuesta de la anterior para no tener que recalcular en este caso).

7. Queremos construir un canal para el riego con una sección trapezoidal regular.
La capacidad de servicio del canal será proporcional al área de su sección (que ves sombreada en la figura), y su coste de construcción será proporcional al llamado *perímetro húmedo*: la longitud total de los lados y fondo de la sección del canal (que NO tiene techo).

Formula el problema de: *minimizar el coste del canal para una sección dada.*
Para la elección de las variables hay muchas posibilidades, pero algunas conducen a fórmulas mucho más manejables que otras. Una variable muy recomendable es el ángulo que forman las paredes laterales con la dirección vertical.

8. Se pretende excavar un agujero cilíndrico en el suelo que tenga $1\,\mathrm{m}^3$ de volumen. El coste de la excavación es proporcional a $A(1 + p^2)$, siendo p la profundidad y A el área (circular) excavada.
a. Escribe como funcion de las dos variables r y p (siendo r el radio del cilindro), la fórmula del coste. Escribe también la fórmula de la restricción a la que estas dos variables están sujetas.
b. Escribe las ecuaciones que deben cumplir los valores r y p que den el coste mínimo.
c. Halla estos valores de r y p que dan el coste mínimo.

9. Se quiere construir un cilindro de eje vertical de volumen V fijo de forma que el material utilizado tenga coste mínimo. Resulta que el material utilizado para las paredes laterales cuesta el doble que el material utilizado para el fondo y que el material utilizado para la tapa cuesta el triple que el utilizado para el fondo. Queremos calcular cuales son las dimensiones r (radio del cilindro) y h (altura del cilindro) que proporcionan el resultado óptimo.
a. Escribe en forma de ecuación la restricción a la que están sujetas r y h.
b. Escribe la fórmula de la función $C(r, h)$ que hay que optimizar.
c. Calcula, finalmente, la relación que debe existir entre las variables r y h para optimizar el resultado.

10. ¿Qué dimensiones debe tener un paralelepípedo rectángulo de volumen 1 para que su superficie lateral sea mímima?

11. Halla el volumen máximo de un paralelepípedo rectángulo en el que la suma de las longitudes de sus aristas es 1.

12. Halla el volumen máximo de un paralelepípedo rectángulo en el que la suma de las áreas de sus caras es 1.

13. Halla el máximo y el mínimo de la función $f(x,y) = (x^2 - 1)\,\text{sen}\, y$ en el recinto $x^2 + y^2 \leq 1$.

14. Se quiere construir un modelo de caja de cartón para el transporte de mercancías en la que el área de la tapa sea la tercera parte del área total. ¿Qué relación debe de haber entre sus dimensiones para que su volumen sea máximo?

15. Construir un cilindro de volumen dado que minimice el coste del material si el material con el que se construyen las paredes cuesta el doble que el material con el que se construye el fondo y el material de la tapa cuesta el triple que el material del fondo.

Ejercicios de Repaso

(Proceden de Peña & Romo, Intro. a la Estad. para las CC. Sociales, McGraw-Hill, 1999.)

16. La variable X representa el número de llamadas a un teléfono en media hora y sigue una distribución de Poisson de parámetro $\lambda = 3'5$.
a. Halla la probabilidad de que no se produzcan llamadas en la próxima media hora.
b. Halla la probabilidad de que se reciban al menos dos llamadas en la próxima media hora.
c. Halla la probabilidad de que lleguen al teléfono entre tres y cinco llamadas.
d. ¿Cuál es el número esperado de llamadas al teléfono en media hora?

17. Un examen consta de quince preguntas que presentan cuatro posibles respuestas cada una. Una persona, sin conocimientos sobre la materia del examen, responde las cuestiones al azar.
a. ¿Cuál es la probabilidad de que acierte al contestar una pregunta dada?
b. Halla la probabilidad de que dicha persona no conteste bien a ninguna cuestión. ¿Cuál es la probabilidad de que conteste bien al menos una pregunta?
c. Halla la probabilidad de que responda bien a todas las preguntas.
d. ¿Cuál es la probabilidad de que conteste bien a más de la mitad de las preguntas?

18. Se sabe que el 40% de los habitantes de una cierta ciudad consumen diariamente café.
a. Preguntamos a una persona elegida al azar si toma café todos los días. Construimos la variable aleatoria X_1 que vale 1 si la respuesta es afirmativa y 0 en caso contrario. Halla la media y la desviación típica de X_1.
b. Encuestamos a veinte personas sobre su consumo diario de café; X es la variable «número de entre ellas que consumen café cada día». Halla la media μ y la desviación típica σ de X. Halla la probabilidad de que el valor de X sea igual a la media. Halla la probabilidad de que el valor de X esté en el intervalo $[\mu - \sigma, \mu + \sigma]$.