

Puntuación. Este examen es de desarrollo. Se pide indicar los métodos utilizados, justificando y explicando los resultados obtenidos. Cada problema vale 2'5 puntos. (Máximo total: 10 puntos.)

Tiempo: Dos horas y media.

1. Sea (X_1, X_2, \dots, X_n) una muestra aleatoria de una población X con función de densidad dada por

$$f_{\theta}(x) = \begin{cases} 3\theta x^2 e^{-\theta x^3} & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{si } x \leq 0 \end{cases} \quad (\theta > 0)$$

Hallar el estimador de θ por el método de máxima verosimilitud.

2. Un investigador quiere estimar la pérdida de peso media alcanzada por los pacientes en una clínica de adelgazamiento durante la primera semana en régimen de dieta controlada y ejercicios. Se supone que esa pérdida media (en kilogramos) sigue una distribución normal con la varianza $\sigma^2 = 9$.

Al nivel de confianza del 95%, ¿cuál debe ser el tamaño mínimo de la muestra para que el error cometido sea, como mucho, de 0'5 kg?

3. Queremos comparar la duración de las cintas de video de dos marcas, A y B, con un cierto interés en probar que las cintas de la marca B tienen una duración mayor. Para esto, obtenemos dos muestras aleatorias con los siguientes resultados:

Marca A: 230 235 238 242 242 246

Marca B: 232 234 239 245 248 253

Aceptando normalidad e igualdad de varianzas, ¿se puede considerar estadísticamente probado (al nivel 0'1) que la duración media de las cintas de la marca B es superior a la duración media de la marca A?

4. Una zona del Sistema Central es el hábitat natural de tres especies de águila. Se cree (hipótesis nula) que una quinta parte de las águilas pertenece a la primera especie, dos quintas partes a la segunda especie y otras dos quintas partes a la tercera.

En una muestra aleatoria de 34 águilas de la zona, se observaron 7 de la primera especie, 15 de la segunda y 12 de la tercera. ¿Hay suficiente evidencia estadística (al nivel 0'01) para aceptar la hipótesis propuesta? Precisar qué tipo de contraste se está llevando a cabo.