1. Escribe la ecuación paramétrica de la recta $2x_1 + 3x_2 = 1$. Escribe la ecuación implícita de la recta

$$\begin{cases} x_1 = 3 - t \\ x_2 = -1 + 2t \end{cases}$$

¿Tienen estas rectas algún punto en común? En caso afirmativo, hállalo.

2. Una partícula $X(t)$ se mueve con velocidad constante a lo largo de una recta y pasa por los puntos $X(2) = (3, 6)$ y $X(3) = (-1, 2)$. Calcula el vector velocidad y la ecuación de la recta que describe su trayectoria. ¿Pasa esta partícula por el punto $(1, 3)$? En caso afirmativo ¿en qué instante t? En caso negativo ¿a qué distancia mínima?

3. Halla la ecuación de la recta que pasa por el punto $(2, 5)$ y es perpendicular a la recta $y = 3x - 7$.

4. Halla la distancia del punto $(1, 3)$ a la recta $2x + 3y = 24$.

5. Escribe la ecuación implícita del plano

$$\begin{cases} x_1 = -1 + 2t + 3s \\ x_2 = \quad -t + s \\ x_3 = \quad 2 + t \end{cases}$$

Determina el vector director de la recta intersección de dicho plano con el plano $x_2 + x_3 = 0$.

6. Dado el plano $2x_1 + 3x_2 + x_3 = 6$ halla los puntos en los que interseca a los ejes coordenados y el punto P del plano que está más cerca del origen. Represéntalos gráficamente. Uniendo los tres puntos para formar un triángulo se puede visualizar el plano.

7. Considera las rectas del espacio tridimensional

$$\begin{cases} x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = 0 \end{cases} \qquad \text{y} \qquad \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 = 2 \\ x_1 - 2x_2 - 2x_3 = 1 \end{cases}$$

Determina si se cortan.

8. Los tres vértices de un triángulo en el plano son

$$P_1 = (2, 1), \quad P_2 = (4, -2), \quad P_3 = (5, 3).$$

Halla la longitud de los lados y los ángulos del triángulo. Calcula su área.

9. Dados los siguientes vectores de $\mathbb{R}^4$,

$$u_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \\ -4 \end{pmatrix}, \quad u_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ -5 \\ 2 \\ 6 \end{pmatrix}, \quad u_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Determina si son linealmente independientes o no.

10. ¿Para qué valores de λ, los vectores

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ \lambda \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ \lambda \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \lambda \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

no están en un mismo plano?

11. Determina el plano que pasa por los puntos $(2, 1, 0)$, $(-1, 0, 3)$ y $(1, 1, 2)$. Halla la recta perpendicular a dicho plano trazada desde el origen de coordenadas.

12. Calcula la distancia del punto $P = (-4, 1, -5)$ a la recta que tiene ecuaciones

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = 3 \\ x_1 + x_2 - 4x_3 = 3 \end{cases}$$

13. Halla la mínima distancia entre las rectas

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad \text{y} \qquad \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

14. Resuelve los siguientes SEL:

$$\left\{\begin{array}{l} 2x_1+x_2+x_3=3 \\ x_1+x_2-x_3=0 \\ 3x_1+2x_2-x_3=2 \end{array}\right. \qquad \left\{\begin{array}{l} x_1+x_3-x_4=5 \\ x_2+x_3+x_4=2 \end{array}\right.$$

$$\left\{\begin{array}{l} x_1+x_2-x_3=1 \\ x_1-x_2+x_3=0 \\ x_2-x_3=2 \end{array}\right. \qquad \left\{\begin{array}{l} -x_1+x_2+x_3=-5 \\ x_1+x_2-x_3=1 \\ x_1-x_3=1 \end{array}\right.$$

15. Calcula los siguientes determinantes:

$$\begin{vmatrix} 5 & -1 \\ 2 & 3 \end{vmatrix}; \qquad \begin{vmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 7 & 0 & 7 \\ 1 & 4 & -7 \end{vmatrix}; \qquad \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{vmatrix}.$$

¿Para qué valores del parámetro λ se hace nulo el determinante

$$\begin{vmatrix} \lambda-1 & 0 & 1-\lambda \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & \lambda \end{vmatrix} \quad ?$$

16. Realiza la siguientes multiplicaciones de matrices

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 3 \\ -1 & 5 & 2 & -2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & -2 \\ 0 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 5 \end{pmatrix}; \qquad \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 5 \\ 0 & -1 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 & 7 & -3 \\ 1 & -1 & -2 & 1 & -3 \end{pmatrix}.$$

¿Qué puedes decir acerca de las dimensiones de los factores y del producto? Sin repetir cálculos ya realizados, escribe el resultado de los siguientes productos de matrices

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 5 \\ 0 & -1 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}; \qquad \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 5 \\ 0 & -1 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 7 & -3 \\ -2 & 1 & -3 \end{pmatrix}.$$

Halla el rango de todas las matrices que aparecen en este ejercicio.

17. Sea $\mathbf{A}$ la matriz

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 4 & -1 & 3 \\ 2 & 3 & -1 \end{pmatrix}$$

Realiza la siguientes multiplicaciones de matrices

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}\mathbf{A}; \qquad \mathbf{A}\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}; \qquad \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}\mathbf{A}; \qquad \mathbf{A}\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Observa qué efecto produce en la matriz $\mathbf{A}$ cada una de las operaciones.

18. Sea

$$\mathbf{A}=\begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 5 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Calcula tres vectores v_1, v_2 y v_3 tales que

$$\mathbf{A}v_1=\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; \qquad \mathbf{A}v_2=\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad \mathbf{A}v_3=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Forma una matriz $\mathbf{B}$ cuyas columnas son los vectores v_1, v_2, v_3. Comprueba que $\mathbf{A}$ y $\mathbf{B}$ son matrices inversas.

19. Calcula la matriz a_{ij} tal que

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ -2 & 1 & 4 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 5 & 1 & -4 \\ 4 & 5 & 4 \end{pmatrix}.$$

(Indicación: Plantea un SEL con como incógnitas).