

NOTA: Cada problema se valorará con 5 puntos.

1. Un grupo de 12 vacas lecheras divididas en cuatro grupos de 3 de acuerdo con su peso (bajo, medio, alto o muy alto) recibieron tres dietas diferentes durante varias semanas, de manera que cada dieta se asignó aleatoriamente a cuatro vacas, una de cada grupo de peso. Tras el experimento se midió el incremento en la cantidad de leche producida por cada vaca. Un científico ajustó con SPSS dos modelos unifactoriales a los datos, el primero teniendo en cuenta únicamente el factor peso y el segundo incluyendo únicamente el factor dieta. Algunos estadísticos descriptivos y las tablas de análisis de la varianza obtenidas aparecen a continuación:

Resúmenes de casos

Leche

Peso	N	Media	Varianza
Alto	3	3,3333	,723
Bajo	3	4,4333	,263
Medio	3	4,0000	,090
MuyAlto	3	2,7333	,563
	12	3,6250	,755

Resúmenes de casos

Leche

Dieta	N	Media	Varianza
1,00	4	3,3250	,749
2,00	4	3,2500	,777
3,00	4	4,3000	,327
	12	3,6250	,755

Pruebas de los efectos inter-sujetos

Variable dependiente: Leche

Origen	Suma de cuadrados tipo III	gl	Media cuadrática	F	Sig.
Modelo corregido	5,022 ^a	3	1,674	4,083	,050
Intersección	157,687	1	157,687	384,604	,000
Peso	5,023	3	1,674	4,083	,050
Error	3,280	8	,410		
Total	165,990	12			
Total corregida	8,302	11			

a. R cuadrado = ,605 (R cuadrado corregida = ,457)

Pruebas de los efectos inter-sujetos

Variable dependiente: Leche

Origen	Suma de cuadrados tipo III	gl	Media cuadrática	F	Sig.
Modelo corregido	2,745 ^a	2	1,372	2,223	,164
Intersección	157,687	1	157,687	255,364	,000
Dieta	2,745	2	1,372	2,223	,164
Error	5,558	9	,618		
Total	165,990	12			
Total corregida	8,302	11			

a. R cuadrado = ,331 (R cuadrado corregida = ,182)

(a) A partir de las tablas anteriores, ¿es posible afirmar a nivel $\alpha = 0,05$ que la dieta tiene alguna influencia en la cantidad de leche producida por las vacas?

(b) ¿Cuál es el valor de la varianza residual en el modelo que incluye únicamente el factor peso?

(c) Si μ_1 es el incremento medio de leche producida por las vacas de peso alto y μ_2 es el incremento medio de leche producida por las vacas de peso bajo, utiliza el modelo unifactorial que incluye únicamente el factor peso para calcular un intervalo de confianza de nivel 95% para $\mu_1 - \mu_2$. ¿Podemos afirmar a nivel 0,05 que ambas medias son diferentes?

(d) Tras realizar estos cálculos, el científico pensó que podría ser más adecuado ajustar un modelo bifactorial sin interacciones que tuviera en cuenta los dos factores simultáneamente. A partir de los resultados anteriores reconstruye la tabla de análisis de la varianza de este nuevo modelo. ¿Tiene ahora la dieta alguna influencia sobre la cantidad de leche producida, al nivel de significación 0,05? Comenta la conclusión que hayas obtenido.

(e) Con los datos disponibles, ¿es posible determinar la existencia de interacciones entre los dos factores? ¿De qué manera?

2. En una muestra de 20 mujeres sanas entre 20 y 34 años se ha medido su cantidad de grasa corporal, el espesor del pliegue cutáneo del tríceps, el perímetro del muslo y el perímetro del antebrazo. La cantidad de grasa corporal se mide mediante un complicado y caro procedimiento que requiere la inmersión de cada persona en agua, por lo que sería muy útil si un modelo de regresión a partir de las variables disponibles permitiera predecir de forma fiable dicha cantidad. Se ha ajustado el siguiente modelo de regresión múltiple:

$$\text{Grasa} = \beta_0 + \beta_1 \text{Triceps} + \beta_2 \text{Muslo} + \beta_3 \text{Antebrazo} + U$$

Se sabe que el estadístico F en la tabla ANOVA correspondiente a este modelo es $F = 21,516$. A continuación aparecen la matriz de correlaciones entre todas las variables involucradas y otros resultados del ajuste obtenidos con SPSS:

Correlaciones

		Grasa	Triceps	Muslo	Antebrazo
Grasa	Correlación de Pearson	1	,843	,878	,142
	Sig. (bilateral)		,000	,000	,549
	N	20	20	20	20
Triceps	Correlación de Pearson	,843	1	,924	,458
	Sig. (bilateral)	,000		,000	,042
	N	20	20	20	20
Muslo	Correlación de Pearson	,878	,924	1	,085
	Sig. (bilateral)	,000	,000		,723
	N	20	20	20	20
Antebrazo	Correlación de Pearson	,142	,458	,085	1
	Sig. (bilateral)	,549	,042	,723	
	N	20	20	20	20

Coefficientes^a

Modelo	Coefficients no estandarizados		Coefficients tipificados		Sig.
	B	Error típ.	Beta	t	
1 (Constante)	117,085	99,782		1,173	,258
Triceps	4,334	3,016	4,264	1,437	,170
Muslo	-2,857	2,582	-2,929	-1,106	,285
Antebrazo	-2,186	1,595	-1,561	-1,370	,190

a. Variable dependiente: Grasa

- Calcula el coeficiente de determinación correspondiente al modelo anterior. ¿Qué significa el valor obtenido?
- Con los resultados disponibles, ¿se puede afirmar a nivel 0,05 que el espesor del pliegue cutáneo del tríceps, el perímetro del muslo y el perímetro del antebrazo son útiles conjuntamente para explicar la cantidad de grasa corporal?
- Calcula un intervalo de confianza de nivel 95% para el coeficiente β_2 .
- Determina cuáles de las tres variables regresoras son individualmente significativas a nivel 0,05 para explicar la variable respuesta.
- A la vista de toda la información disponible, ¿existe algún problema con los resultados obtenidos en el apartado anterior? En caso afirmativo, ¿cómo se podría resolver?