ANÁLISIS DE DATOS
2º de Biología
Curso 2015-2016

MODELO DE DISEÑO DE EXPERIMENTOS (UN FACTOR)

1.- Se quiere comparar la capacidad pulmonar en niños, adultos y ancianos, obteniéndose los siguientes resultados:

Niños	8,4	7,6	7,9	8,0	8,1
Adultos	8,7	8,1	8,5	8,2	8,0
Ancianos	7,4	7,8	7,3	7,6	8,0

Hacer un estudio completo.

2.- Las precipitaciones caídas en un país han disminuido de manera preocupante durante el último año. Antes de tomar ninguna medida se decide hacer un estudio previo para saber si el descenso de las lluvias se produjo de forma homogénea. Para ello se seleccionan aleatoriamente cinco estaciones meteorológicas en cada una de las cuatro regiones del país, obteniéndose los siguientes porcentajes de disminución de las precipitaciones en cada una de ellas:

Región Este	Región Norte	Región Oeste	Región Sur
10,4	12,8	11,2	13,9
12,8	14,2	9,8	14,2
15,6	16,3	10,7	12,8
9,2	10,1	6,3	15,0
8,7	12,0	12,4	13,7

(a) Plantear claramente todos los elementos y las hipótesis del modelo para comparar los porcentajes de disminución de las precipitaciones en las 4 regiones.

(b) ¿En qué zona parecen haber disminuido más las precipitaciones?

(c) Obtener la tabla ANOVA y contrastar la hipótesis nula de que las medias de disminución del porcentaje de lluvias en el país fueron las mismas en las cuatro regiones (tomar α=0,10).

(d) Comparar las medias de las diferentes regiones de dos en dos, con un nivel de confianza global del 90%.

3.- En un bosque próximo a una incineradora los árboles no crecen con normalidad. Se piensa que unos nuevos abonos americanos y australianos pueden ser la solución. Para ver si esta medida es efectiva, se utiliza el abono americano en un tercio de los árboles, el abono australiano en otro tercio, y para el tercio restante no se utiliza ningún abono. Después de 3 meses se han obtenido los siguientes resultados sobre el crecimiento en centímetros de 60 árboles en total:

$$\bar{y}_{1\cdot} = 6{,}57 \quad s_1^2 = 0{,}7$$
$$\bar{y}_{2\cdot} = 5{,}3 \quad s_2^2 = 0{,}65$$
$$\bar{y}_{3\cdot} = 3{,}2 \quad s_3^2 = 0{,}5$$

¿Se puede afirmar que se obtienen diferencias en los resultados, con un nivel de significación 0,01? En caso necesario, efectuar una comparación de los crecimientos medios, con un nivel de significación conjunto de 0,15.

4.- En un estudio sobre la efectividad de los métodos para dejar de fumar se quiere saber si la reducción media en el número de cigarrillos diarios difiere de un método a otro entre hombres fumadores. Para ello se hace un experimento con 12 fumadores que consumían 60 cigarrillos diarios. Se aplica cada uno de los métodos a 4 de ellos, seleccionados aleatoriamente. El número de cigarrillos que deja de fumar cada individuo es:

Método I	Método II	Método III
50	41	49
51	40	47
51	39	45
52	40	47

(a) Indicar claramente todos los elementos y las hipótesis del modelo para comparar la disminución de consumo de cigarrillos conseguidos con los tres métodos.

(b) Contrastar, mediante el análisis de la varianza, si la reducción media en el número de cigarrillos es similar para los tres métodos con un nivel de significación $\alpha = 0{,}05$.

(c) Obtener los intervalos de confianza para la diferencia entre las medias, con un nivel de confianza conjunto de 0.95. ¿Entre qué métodos se aprecian diferencias significativas?

5.- A continuación se muestran los datos recogidos en las inspecciones de cuatro gasolineras elegidas aleatoriamente. Los valores de la tabla reflejan los mililitros que faltan para completar un litro en distintas mediciones sobre el mismo surtidor de cada gasolinera.

Gasol. C	17,80	18,00	17,98	18,20	18,00	17,99	18,10	17,90
Gasol. R	18,01	17,75	18,00	17,77	18,01	18,01	18,12	18,20
Gasol. S	18,10	17,92	18,01	17,88	18,30	18,22	18,56	18,10
Gasol. V	18,05	18,01	17,94	18,23	18,20	18,00	17,84	18,11

Contrastar la hipótesis nula de que la cantidad media de gasolina que se sirve por litro no depende de la gasolinera (tomar $\alpha = 0{,}05$).

6.- En un estudio sobre la incidencia del cáncer de garganta se analizan los resultados obtenidos en 10 ciudades de más de 100000 habitantes, en otras 10 ciudades de menos de 100000 habitantes, y en 20 pueblos. En cada población se registra la variable Y = "Número de casos detectados por cada 100000 habitantes". Los resultados obtenidos se resumen a continuación:

	$\bar{y}$	s^2
Ciudades grandes	120	105,2
Ciudades pequeñas	110	95,3
Pueblos	70	101,8

(a) ¿Aportan estos datos evidencia estadística de que el hábitat influye en la incidencia del cáncer de garganta? Dar una respuesta razonada, con una confianza del 95%, indicando el modelo y la metodología estadística empleada.

(b) Suponiendo que la varianza es la misma en cada uno de los tipos de población, dar una estimación insesgada de dicha varianza.

(c) Hallar intervalos de confianza para estimar simultáneamente las diferencias entre incidencias medias de la enfermedad en los tres tipos de población, con una confianza conjunta del 95%. ¿Qué conclusiones estadísticas se pueden obtener?

7.- Se lleva a cabo un estudio para comparar las longitudes medias (en cm) de tres colonias de rata almizclera negra, situadas en Delaware, Maryland y Virginia. A continuación, se muestran algunos resultados del estudio:

Estado	**N**	**Media**	**Cuasi desviación típica**
Delaware	10	30,6	2,1
Maryland	6	33,6	1,2
Virginia	10	31,5	1,8
Total	26	31,6	2,1

Prueba de homogeneidad de varianzas

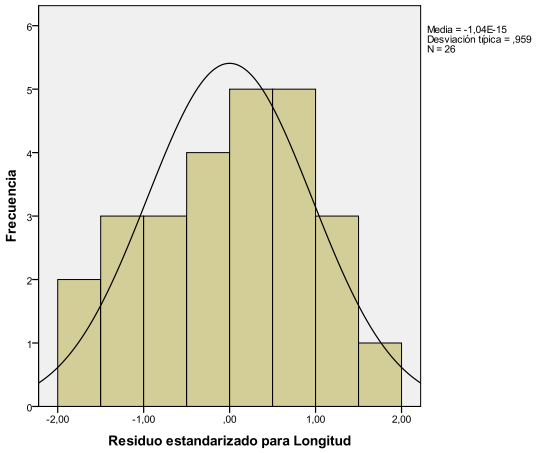
Longitud de la rata almizclera

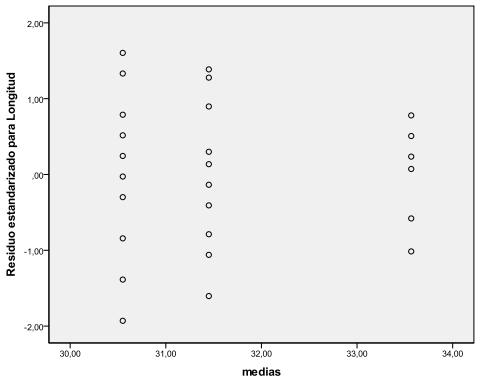
Estadístico de Levene	gl1	gl2	Sig.
,854	2	23	,439

ANOVA

Longitud de la rata almizclera

	Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
Inter-grupos	34,455	2	17,228	5,091	,015
Intra-grupos	77,823	23	3,384		
Total	112,278	25			





(a) Indicar el modelo utilizado para analizar estos datos y el significado de cada uno de sus elementos. Indicar los requisitos previos necesarios en el modelo utilizado y comentar su cumplimiento en base a la información aportada.

(b) ¿Qué conclusión se obtiene de la tabla ANOVA con nivel de significación 0,05? Indicar claramente las hipótesis nula y alternativa.

(c) Comparar todas las colonias de dos en dos, mediante los intervalos de confianza correspondientes y con un nivel de significación conjunto de 0,06.

MODELO DE DISEÑO DE EXPERIMENTOS (VARIOS FACTORES)

1.- Se quiere estudiar la producción de fresa que se obtiene con diferentes variedades. La producción obtenida con 3 variedades y en 4 tipos de suelo diferentes, se ofrece a continuación:

		Tipos de suelo			
		1	2	3	4
Variedades	1	6,3	6,9	5,3	6,2
	2	10,1	10,8	9,8	10,5
	3	8,4	9,4	9	9,2

Hacer un estudio completo.

2.- En un estudio sobre el consumo de gasolina de distintos coches se realiza el siguiente experimento: se toman cuatro coches al azar de un fabricante español, cuatro de un francés, cuatro de un alemán, y cuatro de un japonés. Se prueba un coche de cada fabricante en una gran ciudad durante la hora punta, otro en ciudad fuera de la hora punta, otro se prueba en carretera de montaña y el otro en una carretera llana.
El consumo en litros de gasolina por cada 100 kilómetros es:

	Ciudad (h. punta)	Ciudad (h. normal)	Carretera montaña	Carretera llana
Español	14,7	9,4	7,2	6,8
Francés	11,6	7,7	6,8	6,0
Alemán	10,8	7,2	7,2	6,4
Japonés	16,0	10,0	9,3	7,7

(a) Plantear el modelo adecuado para estudiar el consumo de gasolina con dos factores.

(b) ¿Qué modelo de coche parece que consume más y qué modelo de coche parece que consume menos? ¿En qué condiciones parece que se consume más y en qué condiciones parece que se consume menos?

(c) Obtener la tabla de análisis de la varianza y decidir si el modelo de coche tiene una influencia significativa sobre el consumo (al nivel de significación 0,05).

(d) Comparar de dos en dos el consumo medio de los cuatro modelos de coche, con un nivel de confianza conjunto del 95%. ¿Conclusiones?

(e) Finalmente, analizar los datos sin tener en cuenta las condiciones en que se conducen los coches, es decir, realizando un análisis de la varianza con un solo factor. Con este modelo, ¿influye el modelo de coche en el consumo de gasolina? ¿Coincide esta conclusión con la obtenida anteriormente? ¿Cuál sería el modelo adecuado y la conclusión correcta? ¿Por qué?

3.- Se quiere hacer un estudio de comparación pluviométrica entre 5 ciudades de una misma región. Para esto, se mide la lluvia recogida en esas 5 ciudades en 4 meses diferentes:

	Enero	Abril	Julio	Octubre	$\bar{y}_{i\cdot}$
Ciudad A	11	16	10	17	13,50
Ciudad B	9	9	8	12	9,50
Ciudad C	12	9	9	10	10,00
Ciudad D	11	10	10	12	10,75
Ciudad E	19	18	20	14	17,75
$\bar{y}_{\cdot j}$	12,4	12,4	11,4	13,0	$\bar{y}_{\cdot\cdot} = 12,3$

Además, la variabilidad total de los datos es SCT = 262,2.

(a) Describir el modelo y sus hipótesis.

(b) Construir la tabla ANOVA y contrastar, con nivel de significación 0,05, la hipótesis nula de que no hay diferencias pluviométricas entre las cinco ciudades.

(c) Construir un intervalo de confianza al 95% para la diferencia media de lluvia recogida entre las ciudades A y E. Con nivel de significación 0,05, ¿existe evidencia para rechazar que estas dos ciudades son iguales?

4.- En 12 grandes ciudades se hace un estudio sobre la tasa de contaminación (con cierto contaminante atmosférico). Se piensa que puede estar influida por dos factores:

- "Índice de pluviosidad", que actúa a 2 niveles (baja o alta pluviosidad).
- "Densidad de industria contaminante", que actúa a 3 niveles (baja, media o alta densidad).

Se obtienen 2 réplicas para cada posible combinación de los niveles de los dos factores. Las tasas medias de contaminación de las dos réplicas se ofrecen a continuación:

	Densidad baja	Densidad media	Densidad alta
Baja pluviosidad	837,5	868	887
Alta pluviosidad	420,5	437	526,5

La variabilidad total viene dada por SCT = 513632,25

Especificar modelo, hipótesis y obtener la tabla de análisis de la varianza adecuada para contestar, razonadamente, a las siguientes preguntas, al nivel de significación 0,05:
¿Existe interacción significativa entre los 2 factores?
¿Influye apreciablemente el índice de pluviosidad sobre la tasa de contaminación?
¿Influye la densidad de industria contaminante?

5.- Consideramos nuevamente los datos del ejercicio de las gasolineras del capítulo anterior, pero teniendo ahora en cuenta que los cuatro primeros datos para cada gasolinera, se tomaron inmediatamente después de adquirir los surtidores, y los cuatro últimos, 6 meses más tarde
(a) Con esta nueva información, plantear un modelo de diseño de experimentos de dos factores con posible interacción, y obtener la tabla ANOVA correspondiente. A partir de esta tabla, decidir si se podría simplificar el modelo (tomando α=0,05).

(b) Simplificar el modelo (si parece adecuado), obtener la tabla ANOVA para el modelo simplificado, y comentar los resultados.

6.- Una gran empresa desea saber si el absentismo laboral está relacionado con el tamaño del departamento y la antigüedad. Para el estudio se dispone de una muestra aleatoria de 60 empleados, de la que se conoce el número de días que no acudieron al puesto de trabajo en los últimos tres años. El tamaño del departamento se clasifica en *pequeño*, *mediano* y *grande*, y la antigüedad en *más de 5 años* y *menos de 5 años*. Los datos son:

		TAMAÑO DEL DEPARTAMENTO					
ANTIGÜEDAD		Pequeño		Mediano		Grande	
Más de 5 años		0	2	2	4	15	16
		2	0	4	3	10	7
		1	5	7	1	8	30
		3	6	12	5	5	3
		0	8	15	20	25	27
	Media	2,7		7,3		14,6	
Menos de 5 años		0	2	5	1	10	15
		1	7	3	3	8	4
		1	4	2	6	12	9
		0	0	0	7	3	6
		4	3	1	9	7	1
	Media	2,2		3,7		7,5	

(a) Plantear con detalle todos los elementos y las hipótesis del modelo de diseño de experimentos con dos factores y posible interacción para analizar esto datos.

(b) Decidir, a partir de los gráficos de residuos, si las hipótesis del modelo son aceptables, explicando las respuestas.

(c) Para un nivel de significación del 5%, ¿la antigüedad y el tamaño del departamento son factores relevantes para explicar el absentismo? ¿Qué podemos decir sobre la interacción?

(d) Como consecuencia de lo obtenido en el apartado anterior, simplificar el modelo todo lo posible, obtener la tabla ANOVA para el modelo simplificado, y sacar las conclusiones pertinentes (de nuevo, al 5%).

7.- Para estudiar el efecto de la iluminación (A=natural, B=muy fuerte, C=escasa) en la velocidad de lectura se realiza un experimento. Se mide el número de palabras leídas en un minuto para distintos tipos de papel y tamaño de letra. Los resultados que se obtienen son los siguientes:

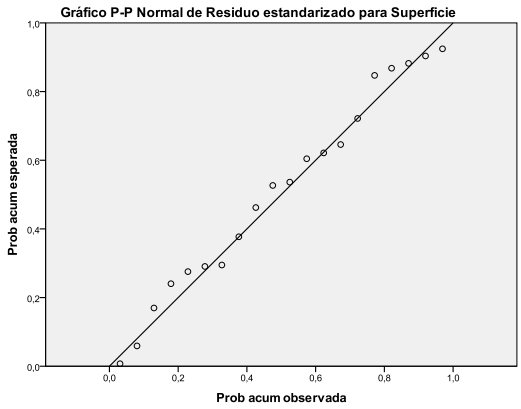
	Papel satinado	Papel blanco	Papel color
Letra grande	258 A	230 C	240 B
Letra normal	235 B	270 A	240 C
Letra pequeña	220 C	225 B	260 A

¿Cuántos factores se consideran en el experimento? Construir con SPSS la tabla de análisis de la varianza y contrastar, con un nivel de significación α=0,05, si los factores afectan a la velocidad de lectura.

8.- Un fisiólogo vegetal investiga el efecto del estrés mecánico (agitarlas durante 20 minutos dos veces al día) y del nivel de luz en el crecimiento de 20 plantas de soja. Se asignaron 5 plantas, al azar, a cada combinación del tipo de luz (baja y moderada) con el tipo de estrés (sin y con estrés)
Después de 16 días de crecimiento, se midió la superficie de las hojas de cada planta (en cm^2)
Tras descartar la existencia de interacción entre el estrés y la luz, se obtuvieron los siguientes resultados:

Estadísticos descriptivos
Variable dependiente: Superficie de las hojas de soja

Estrés	Nivel de luz	Media	Desviación típica	N
Sin estrés	Luz baja	234,40	30,221	5
	Luz moderada	316,60	15,159	5
	Total	275,50	48,836	10
Con estrés	Luz baja	207,00	18,152	5
	Luz moderada	272,20	36,697	5
	Total	239,60	43,884	10
Total	Luz baja	220,70	27,584	10
	Luz moderada	294,40	35,331	10
	Total	257,55	48,797	20



Contraste de Levene sobre la igualdad de las varianzas error

Variable dependiente:Superficie de las hojas de soja

F	gl1	gl2	Sig.
1,833	3	16	,182

Pruebas de los efectos inter-sujetos

Variable dependiente:Superficie de las hojas de soja

Origen	Suma de cuadrados tipo III	gl	Media cuadrática	F	Sig.
Modelo corregido	33602,500[a]	2	16801,250	24,541	,000
Intersección	1326640,050	1	1326640,050	1937,791	,000
Estres	6444,050	1	6444,050	9,413	,007
Luz	27158,450	1	27158,450	39,670	,000
Error	11638,450	17	684,615		
Total	1371881,000	20			
Total corregida	45240,950	19			

a. R cuadrado = ,743 (R cuadrado corregida = ,712)

(a) Indica el modelo que se ha utilizado, detallando sus elementos y el diagnóstico razonado de los requisitos previos.

(b) Estima (según este modelo) el efecto adicional que tiene ser sometida a estrés sobre la superficie media de las hojas.

(c) Justifica si el estrés o el nivel de luz tienen una influencia significativa (al 1%) sobre la superficie, planteando correctamente los contrastes necesarios.

(d) Completa la tabla ANOVA que se habría obtenido a partir de los mismos datos, si hubiéramos utilizado un modelo de diseño de experimentos solamente con el factor estrés.

Fuente	**Suma de cuadrados**	**gl**	**Media cuadrática**	**F**	**Sig.**
					0,101

9.- Un laboratorio de medición atmosférica ha adquirido un nuevo equipo para medir ozono. Para evaluar si el nuevo equipo está calibrado, se realiza un pequeño experimento en 5 observatorios diferentes. En cada observatorio se toma una medida con el nuevo equipo (que llamaremos B) y otra con el equipo antiguo (que llamaremos A), obteniéndose los siguientes resultados:

	Obs. 1	Obs. 2	Obs. 3	Obs. 4	Obs. 5
Equipo A	215	305	247	221	286
Equipo B	224	312	251	232	295

Teniendo en cuenta que la suma de cuadrados totales (SCT) es 12491,6, proponer un modelo adecuado para explicar los niveles de ozono que se han observado en el experimento y contrastar si existen diferencias significativas entre los dos equipos, con nivel de confianza 0,95.

10.- En una investigación de laboratorio se emplean cámaras de crecimiento para estudiar el desarrollo de ciertos microorganismos cuando se varían las concentraciones de CO_2 (baja y alta), y la temperatura (baja, media y alta). En distintas cámaras se

cruzan todos los niveles de los dos factores y se obtienen tres réplicas completas del experimento. La siguiente tabla muestra los crecimientos medios que se obtienen para cada combinación de los dos factores:

	Temp. Baja	Temp. Media	Temp. Alta
Conc. Baja	51	46	42
Conc. Alta	59	54	48

Además, sabemos que SCT = 600. Nos planteamos las siguientes cuestiones:
¿Influye la concentración de CO_2 sobre el crecimiento?
¿Influye la temperatura sobre el crecimiento?
¿Se produce alguna interacción apreciable entre la concentración de CO_2 y la temperatura?
Proponer un modelo adecuado y hacer el estudio para dar una respuesta razonada a estas tres preguntas a un nivel de significación 0,05.

11.- Se hace un estudio para ver de qué manera influyen el tipo de población (HABITAT) y el tipo de vivienda (TIPOVIV) sobre la cantidad de papel y cartón reciclados. Para esto, se toman datos del "número de kg. reciclados por vivienda en un mes" en 9 viviendas pequeñas (3 en ciudades pequeñas, 3 en ciudades medianas y 3 en ciudades grandes), y en 9 viviendas grandes (3 en ciudades pequeñas, 3 en ciudades medianas y 3 en ciudades grandes). Se analizan los resultados con el SPSS, obteniéndose los siguientes resultados:

Fuente	Suma cuadrados	G.l.	Media cuadrática	F	Significación
HABITAT	0,333	2	0,167	0,008	0,992
TIPOVIV	410,889	1	410,889	19,210	0,001
HABITAT*TIPOVIV	4,111	2	2,056	0,096	0,909
Error	256,667	12	21,389		
Total	672,000	17			

(a) ¿Influye el tipo de población (HABITAT) sobre la cantidad reciclada? ¿Influye el tipo de vivienda (TIPOVIV) sobre la cantidad reciclada? ¿Existe interacción significativa entre los dos factores? Dar respuestas razonadas al nivel de significación 0,05 e indicar el modelo estadístico utilizado.

(b) Con los mismos datos, consideramos ahora un modelo de diseño de experimentos con un solo factor (el tipo de vivienda). Construir la tabla ANOVA para este diseño y tomar una decisión razonada (al nivel 0,05) sobre si el tipo de vivienda influye o no sobre la cantidad reciclada.

12.- Se está estudiando la influencia del nivel de riego y del tipo de fertilizante sobre el crecimiento de cierto tipo de arbustos al finalizar su primer año de vida. Se anota la altura alcanzada por 4 arbustos sometidos a un nivel bajo de riego, de otros 4 arbustos sometidos a un nivel moderado de riego, y de otros 4 con un alto nivel de riego. La mitad de los arbustos de cada grupo han sido fertilizados con una mezcla de guano de pollo y cascarilla de arroz, mientras que la otra mitad han sido fertilizados con una mezcla de guano de vacuno y serrín de pino.
Se muestra a continuación una parte de los resultados obtenidos al analizar los datos con la ayuda de SPSS:

Pruebas de los efectos inter-sujetos

Variable dependiente:Altura alcanzada

Origen	Suma de cuadrados tipo III	gl	Media cuadrática	F	Sig.
Modelo corregido	300,500[a]	3	100,167	111,814	,000
Intersección	3008,333	1	3008,333	3358,140	,000
Riego	300,167	2	150,083	167,535	,000
Fertilizante	,333	1	,333	,372	,559
Error	7,167	8	,896		
Total	3316,000	12			
Total corregida	307,667	11			

a. R cuadrado = ,977 (R cuadrado corregida = ,968)

Comparaciones múltiples

Altura alcanzada
Bonferroni

(I)Nivel de riego	(J)Nivel de riego	Diferencia de medias (I-J)	Error típ.	Sig.	Intervalo de confianza 95%	
					Límite inferior	Límite superior
Nivel bajo de riego	Nivel moderado de riego	-6,00*	,669	,000	-8,02	-3,98
	Nivel alto de riego	-12,25*	,669	,000	-14,27	-10,23
Nivel moderado de riego	Nivel bajo de riego	6,00*	,669	,000	3,98	8,02
	Nivel alto de riego	-6,25*	,669	,000	-8,27	-4,23
Nivel alto de riego	Nivel bajo de riego	12,25*	,669	,000	10,23	14,27
	Nivel moderado de riego	6,25*	,669	,000	4,23	8,27

Basadas en las medias observadas.
El término de error es la media cuadrática(Error) = ,896.

*. La diferencia de medias es significativa al nivel ,05.

(a) Plantear con detalle todos los elementos e hipótesis del modelo de diseño de experimentos que se ha empleado.

(b) La mezcla que se ha utilizado como fertilizante, ¿influye sobre el crecimiento de los arbustos al nivel de significación del 5%? En caso afirmativo, ¿entre qué mezclas de fertilizante encontramos diferencias significativas? Contestar razonadamente a partir de los resultados mostrados, al nivel de significación conjunto del 5%.

(c) El nivel de riego, ¿influye sobre el crecimiento de los arbustos al nivel de significación del 5%? En caso afirmativo, ¿entre qué niveles de riego encontramos diferencias significativas? Contestar razonadamente a partir de los resultados mostrados, al nivel de significación conjunto del 5%.

(d) A partir de lo obtenido en los apartados anteriores, simplificar el modelo si se considera adecuado (explicando la razón) y obtener la nueva tabla ANOVA. Sacar las conclusiones pertinentes a partir de esta nueva tabla (al 5%).

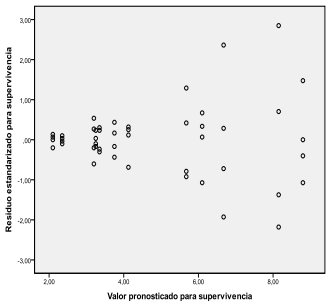
13.- En un experimento sobre el efecto de 3 venenos y 4 posibles tratamientos sobre la supervivencia (en horas) de un tipo de animales, se asignaron al azar 4 animales a cada combinación de veneno y tratamiento. Se obtuvieron los siguientes resultados:

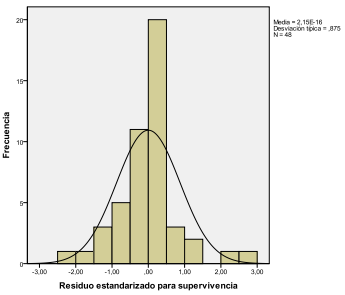
Pruebas de los efectos inter-sujetos

Variable dependiente: supervivencia

Origen	Suma de cuadrados tipo III	gl	Media cuadrática	F	Sig.
Modelo corregido	220,436[a]	11	*20,040*	9,010	,000
Intersección	1103,042	1	*1103,042*	495,919	,000
veneno	103,301	2	*51,651*	23,222	,000
tratamiento	92,121	3	30,707	13,806	,000
veneno * tratamiento	25,014	6	4,169	1,874	,112
Error	80,072	36	2,224		
Total	1403,550	48			
Total corregida	300,508	47			

a. R cuadrado = ,734 (R cuadrado corregida = ,652)





Contraste de Levene sobre la igualdad de las varianzas

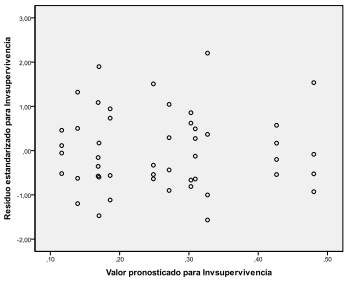
Variable dependiente: supervivencia

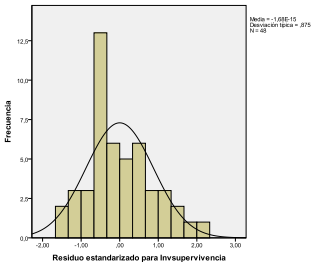
F	gl1	gl2	Sig.
4,854	11	36	,000

a. Diseño: Intersección + veneno + tratamiento + veneno * tratamiento

(a) Indicar el modelo utilizado, detallando todos sus elementos. Con la información aportada realizar un diagnóstico de los requisitos previos.

Se decide utilizar la transformación "inversa de la supervivencia" en vez de la variable "supervivencia". Con la nueva variable los resultados son:





Contraste de Levene sobre la igualdad de las varianzas

Variable dependiente: Inversa de la supervivencia

F	gl1	gl2	Sig.
1,576	11	36	,148

a. Diseño: Intersección + veneno + tratamiento + veneno * tratamiento

Pruebas de los efectos inter-sujetos

Variable dependiente: Inversa de la supervivencia

Origen	Suma de cuadrados tipo III	gl	Media cuadrática	F	Sig.
Modelo corregido	,569[a]	11	,052	21,531	,000
Intersección	3,301	1	3,301	1374,881	,000
veneno	,349	2	,174	72,635	,000
tratamiento	,204	3	,068	28,343	,000
veneno * tratamiento	,016	6	,003	1,090	,387
Error	,086	36	,002		
Total	3,956	48			
Total corregida	,655	47			

Comparaciones múltiples (Bonferroni) Inversa de la supervivencia

(I)tratamiento	(J)tratamiento	Diferencia de medias (I-J)	Error típ.	Sig.	Intervalo de confianza 95%	
					Límite inferior	Límite superior
1	2	,1657*	,02000	,000	,1099	,2216
	3	,0572*	,02000	,042	,0014	,1131
	4	,1358*	,02000	,000	,0800	,1917
2	1	-,1657*	,02000	,000	-,2216	-,1099
	3	-,1085*	,02000	,000	-,1644	-,0527
	4	-,0299	,02000	,862	-,0858	,0259
3	1	-,0572*	,02000	,042	-,1131	-,0014
	2	,1085*	,02000	,000	,0527	,1644
	4	,0786*	,02000	,002	,0228	,1345
4	1	-,1358*	,02000	,000	-,1917	-,0800
	2	,0299	,02000	,862	-,0259	,0858
	3	-,0786*	,02000	,002	-,1345	-,0228

*. La diferencia de medias es significativa al nivel ,05.

(b) Con esta transformación ¿mejora o empeora el diagnóstico de los requisitos previos?

(c) Indicar las conclusiones razonadas (a un nivel del 5%) que se obtienen de la tabla ANOVA, especificando la hipótesis nula y alternativa en cada caso.

(d) Indicar los contrastes realizados y las conclusiones que se obtienen en la tabla de resultados de Bonferroni.

14.- Se piensa que puede haber dos factores que influyan sobre la mayor o menor contaminación por arsénico del suelo y del subsuelo. Un posible factor es la época del año (verano o invierno) y otro posible factor es el nivel de profundidad (en superficie, a media profundidad o a gran profundidad). Se toman 11 réplicas para cada combinación, obteniendo en total 66 datos sobre el contenido de arsénico (As). Se analizan estos datos con el SPSS mediante un modelo de diseño de experimentos y a continuación se ofrecen los resultados más interesantes:

Pruebas de los efectos inter-sujetos

Variable dependiente: As

Fuente	Suma de cuadrados tipo III	gl	Media cuadrática	F	Significación
Modelo corregido	176,272[a]	5	35,254	1,576	,181
Intersección	3897,140	1	3897,140	174,223	,000
Epoca	12,498	1	12,498	,559	,458
Nivel	159,532	2	79,766	3,566	,034
Epoca * Nivel	4,242	2	2,121	,095	,910
Error	1342,125	60	22,369		
Total	5415,537	66			
Total corregida	1518,396	65			

a. R cuadrado = ,116 (R cuadrado corregida = ,042)

1. Media global

Variable dependiente: As

Media	Error típ.	Intervalo de confianza al 95%.	
		Límite inferior	Límite superior
7,684	,582	6,520	8,849

2. Epoca del año

Variable dependiente: As

Epoca del año	Media	Error típ.	Intervalo de confianza al 95%.	
			Límite inferior	Límite superior
Verano	7,249	,823	5,602	8,896
Invierno	8,119	,823	6,473	9,766

3. Nivel

Variable dependiente: As

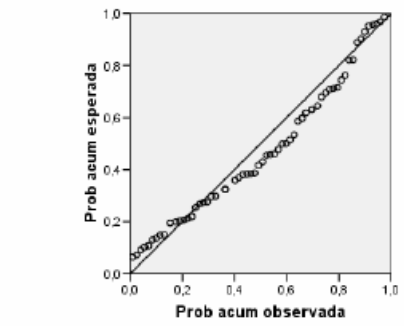
Nivel	Media	Error típ.	Intervalo de confianza al 95%.	
			Límite inferior	Límite superior
Superficie	8,372	1,008	6,355	10,389
Profundidad media	9,149	1,008	7,132	11,166
Gran profundidad	5,532	1,008	3,515	7,549

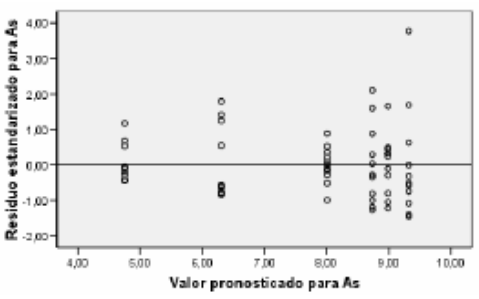
4. Epoca del año * Nivel

Variable dependiente: As

Epoca del año	Nivel	Media	Error típ.	Intervalo de confianza al 95%.	
				Límite inferior	Límite superior
Verano	Superficie	8,009	1,426	5,157	10,862
	Profundidad media	8,982	1,426	6,129	11,834
	Gran profundidad	4,756	1,426	1,904	7,609
Invierno	Superficie	8,735	1,426	5,882	11,587
	Profundidad media	9,316	1,426	6,464	12,169
	Gran profundidad	6,307	1,426	3,455	9,160

Gráfico P-P Normal de Residuo estandarizado para As





(a) Plantear con detalle el modelo utilizado.

(b) ¿Cuál es el contenido medio de arsénico en invierno? ¿Cuál es el contenido medio de arsénico en invierno a gran profundidad?

(c) ¿Influye la época del año sobre el contenido de arsénico? ¿Influye el nivel de profundidad? ¿Interaccionan los dos factores entre sí? Dar respuestas al nivel de significación 0,05. ¿Debería simplificarse el modelo?

(d) ¿Son aceptables las hipótesis del modelo?

(e) A partir de los mismos 66 datos, se quiere llevar a cabo un análisis de diseño de experimentos con sólo un factor: el nivel de profundidad. Construir la tabla ANOVA para este caso. ¿Influye el nivel de profundidad sobre el contenido de arsénico? Responder al nivel de significación 0,05.

(f) Con este modelo, hallar el intervalo de confianza (al nivel 0,95) para estimar la diferencia de contenido medio de arsénico que hay en superficie y a gran profundidad. ¿Qué conclusión puedes obtener de este intervalo?

MODELO DE REGRESIÓN SIMPLE

1.- Se quiere estudiar la posible relación lineal entre Y="Porcentaje de asfalteno" y X="Porcentaje de resina" en asfaltos utilizados para la fabricación de telas asfálticas. Se dispone de datos de 22 tipos diferentes de asfaltos:

X	22	21	25	23	29	26	25	27	25	21	24	26	23	24	22	27	29	24	24	27	24	34
Y	35	35	29	32	27	29	28	31	30	36	39	33	31	31	36	26	32	31	29	27	27	23

(a) Plantear modelo e hipótesis. Mediante el análisis de los residuos, ¿qué se puede decir sobre dichas hipótesis?

(b) Obtener la recta de regresión y el coeficiente de correlación lineal *r*. ¿Qué indica el valor del coeficiente de correlación obtenido?

(c) ¿Influye el porcentaje de resina sobre el porcentaje de asfalteno? Obtener una conclusión, al nivel de significación 0,01.

(d) Estimar, con una confianza del 95%, el valor medio del porcentaje de asfalteno para aquellos asfaltos que tienen un 30% de resina.

2.- El muestreo de áreas contiguas se utiliza en Ecología para contar el número de especies distintas de plantas por área. El recuento se realiza de manera que cada siguiente área contigua tiene el doble de superficie, empezando por un área de 1 metro cuadrado. El modelo que relaciona Y = "Número de especies distintas" con X = "Superficie (en metros cuadrados)" es Y = a ln X + b (a = "Índice de diversidad", b = "Número de especies por unidad de área"). Ajustar dicho modelo a los datos:

Superficie	1	2	4	8	16	32	64
Especies distintas	2	4	7	11	16	19	21

3.- En un estudio sobre la resistencia a bajas temperaturas del bacilo de la fiebre tifoidea, se expusieron cultivos del bacilo durante diferentes periodos de tiempo a -5 grados centígrados. Los siguientes datos representan:
X = "Tiempo de exposición (en semanas)"
Y = "Porcentaje de bacilos supervivientes"

X	0	0,5	1	2	3	5	9	15
Y	100	42	14	7,5	0,4	0,11	0,05	0,002

$$\sum x_i = 35,5 \qquad \sum y_i = 164,062$$
$$\sum \log y_i = 0,664 \qquad \sum x_i^2 = 345,25$$
$$\sum y_i^2 = 12016,42 \qquad \sum (\log y_i)^2 = 99,52$$
$$\sum x_i y_i = 52,23 \qquad \sum x_i \log y_i = -125,394$$

Ajustar una recta y una exponencial a los datos. Interpretar los resultados.

4.- Se estudia la influencia sobre el nivel de contaminación por nitratos (Y) del porcentaje de población conectada a sistemas de tratamiento de residuos (X) en 20 áreas de la UE.
Los datos obtenidos son los siguientes:

$$\sum x_i = 692 \quad \sum \log x_i = 67{,}34 \quad \sum y_i = 82{,}7 \quad \sum x_i y_i = 2\,332{,}9$$
$$\sum x_i^2 = 30\,430 \quad \sum (\log x_i)^2 = 235{,}01 \quad \sum y_i^2 = 432{,}49 \quad \sum y_i \log x_i = 262{,}37$$

Ajustar un modelo de regresión logarítmico Y=β_0 + β_1 ln X. ¿Es bueno este ajuste?

5.- Se lleva a cabo un estudio para tratar de explicar la supervivencia de cierta especie animal en función de las temperaturas máximas alcanzadas en los hábitats naturales en los que se desarrolla. Se seleccionan aleatoriamente 20 reservas naturales de esta especie y se mide el porcentaje de supervivientes al final del año, Y, y la temperatura máxima registrada en grados Farenheit, X. Los resultados que se obtienen son:

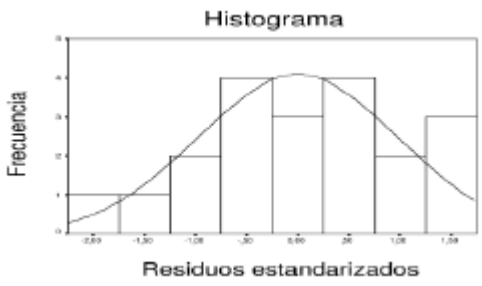
$$\sum_{i=1}^{n} x_i = 1\,379 \quad \sum_{i=1}^{n} y_i = 823 \quad \sum_{i=1}^{n} x_i^2 = 100\,055 \quad \sum_{i=1}^{n} y_i^2 = 42\,063 \quad \sum_{i=1}^{n} x_i y_i = 62\,103$$

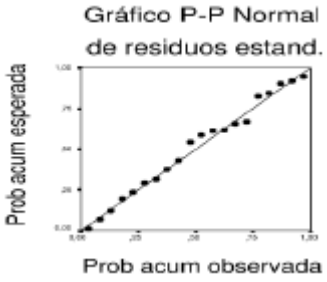
(a) Calcular la recta de regresión.

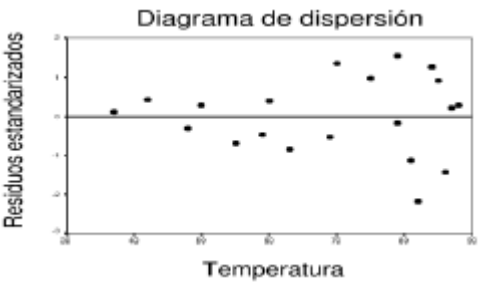
(b) Calcular la varianza residual S_R^2.

(c) Realizar el contraste de la regresión. A nivel α=0,05, ¿podemos rechazar la hipótesis nula de que la temperatura no afecta a la supervivencia?

(d) A continuación se presentan algunos gráficos de residuos estandarizados. Analizar gráficamente si se cumplen las hipótesis de normalidad, homocedasticidad y linealidad.







6.- Se está estudiando el crecimiento de cierto tipo de arbustos durante sus primeros años de vida. Se anota la altura (en centímetros) alcanzada por 12 arbustos, así como la edad (en meses) de cada uno de ellos.
Se muestra a continuación una parte de los resultados obtenidos al analizar los datos con la ayuda de SPSS:

Resumen del modelo[b]

Modelo	R	R cuadrado	R cuadrado corregida	Error típ. de la estimación
1	,989[a]	,977	,975	,839

a. Variables predictoras: (Constante), Edad de la planta (en meses)

b. Variable dependiente: Altura alcanzada

Coeficientes[a]

Modelo		Coeficientes no estandarizados		Coeficientes tipificados	t	Sig.
		B	Error típ.	Beta		
1	(Constante)	4,082	,618		6,608	,000
	Edad de la planta (en meses)	,490	,024	,989	20,677	,000

a. Variable dependiente: Altura alcanzada

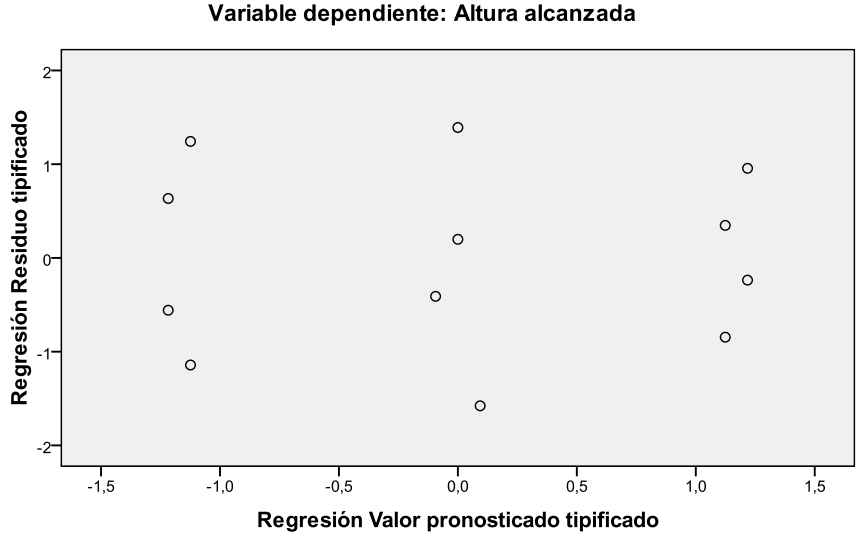
ANOVA[b]

Modelo		Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
1	Regresión	300,635	1	300,635	427,530	,000[a]
	Residual	7,032	10	,703		
	Total	307,667	11			

a. Variables predictoras: (Constante), Edad de la planta (en meses)

b. Variable dependiente: Altura alcanzada

Gráfico de dispersión



Estadísticos descriptivos

	N	Mínimo	Máximo	Media	Desv. típ.
Altura alcanzada	12	9	23	15,83	5,289
Edad de la planta (en meses)	12	11	37	24,00	10,677
N válido (según lista)	12				

(a) Plantear con detalle todos los elementos e hipótesis del modelo de regresión que se ha empleado. ¿Qué podemos decir sobre las hipótesis del modelo a partir de los resultados mostrados?

(b) Estimar puntualmente todos los parámetros del modelo y escribir la recta de regresión que expresa la altura alcanzada en función de los meses de desarrollo. ¿Qué porcentaje de variabilidad explica esta recta?

(c) La edad del arbusto, ¿ha resultado ser una variable significativa para explicar la altura? Justificar la respuesta con un nivel de significación del 1%.

(d) Estimar la altura media alcanzada por los arbustos al cabo de año y medio de vida. Dar un intervalo de confianza (al 99%) para esta altura media.

7.- Un estudio sobre el efecto de la temperatura en el rendimiento de un proceso químico proporciona los siguientes resultados:

Temperatura (X)	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
Rendimiento (Y)	1	5	4	7	10	8	9	13	14	13	18

(a) Asumiendo el modelo $Y_i=\beta_0 + \beta_1 x_i +u_i$, obtener las estimaciones de β_0 y β_1. ¿Cuál es la recta de regresión estimada? ¿Es bueno el ajuste?

(b) A partir de la tabla ANOVA decidir, con un nivel de significación $\alpha=0,05$, si la temperatura influye de manera significativa sobre el rendimiento.

(c) Construir un intervalo de confianza al 95% para β_1.

(d) Construir un intervalo de confianza al 95% para estimar el rendimiento medio de todos los procesos que se desarrollan a una temperatura de x=3.

(e) Construir un intervalo de confianza al 95% para estimar el rendimiento de un nuevo proceso que se desarrolla a una temperatura de x=3.

8.- Se lleva a cabo un análisis estadístico con 15 plantas para expresar la variable Y="Superficie de las hojas de la planta (en cm^2)" en función de la variable X="Iluminación (en lux)". Se obtienen los siguientes resultados con SPSS:

Resumen del modelo[b]

Modelo	R	R cuadrado	R cuadrado corregida	Error típ. de la estimación
1	,872[a]	,761	,742	20,212

a. Variables predictoras: (Constante), Iluminación (lux)
b. Variable dependiente: Superficie de las hojas de soja

ANOVA[b]

Modelo		Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
1	Regresión	16892,100	1	16892,100	41,349	,000[a]
	Residual	5310,833	13	408,526		
	Total	22202,933	14			

a. Variables predictoras: (Constante), Iluminación (lux)
b. Variable dependiente: Superficie de las hojas de soja

Coeficientes[a]

Modelo		Coeficientes no estandarizados		Coeficientes tipificados	t	Sig.
		B	Error típ.	Beta		
1	(Constante)	149,767	19,872		7,536	,000
	Iluminación (lux)	,206	,032	,872	6,430	,000

a. Variable dependiente: Superficie de las hojas de soja

Estadísticos descriptivos

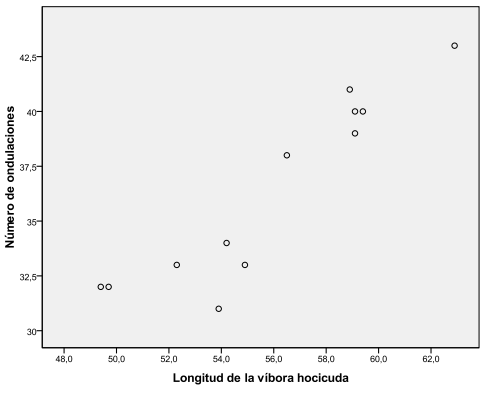
	Media	Desviación típica	N
Superficie de las hojas de soja	273,07	39,824	15
Iluminación (lux)	600,0000	169,03085	15

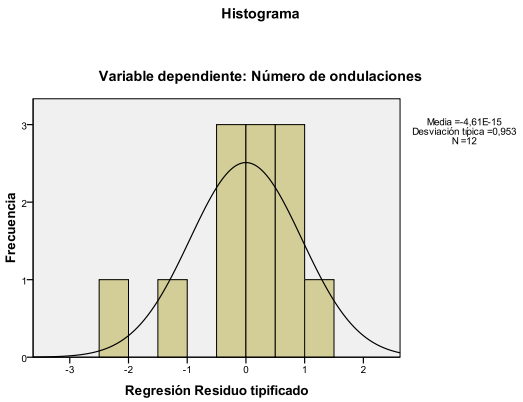
(a) Plantea el modelo utilizado describiendo todos sus elementos y sus requisitos. Escribe la recta de regresión estimada y evalúa su ajuste a los datos.

(b) ¿Tiene la iluminación una influencia significativa (al 1%) sobre la media de la superficie de las hojas? Justifica la respuesta.

(c) Estima (al 99% de confianza) la superficie media de las hojas de todas las plantas que crecen bajo una iluminación de 700 lux.

9.- La víbora hocicuda (*Vipera latastei*) es una especie de víbora presente en la Península Ibérica y en el norte del Magreb. A partir de los datos de 12 víboras, se desea hacer un estudio estadístico sobre el número de ondulaciones de la banda dorsal o zigzag en función de la longitud de estas víboras. A continuación, se ofrecen algunos gráficos y tablas obtenidas con SPSS:





ANOVA[b]

Modelo		Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
1	Regresión	167,780	1	167,780	58,083	,000[a]
	Residual	28,886	10	2,889		
	Total	196,667	11			

a. Variables predictoras: (Constante), Longitud de la víbora hocicuda

b. Variable dependiente: Número de ondulaciones

Coeficientes[a]

Modelo		Coeficientes no estandarizados		Coeficientes tipificados	t	Sig.
		B	Error típ.	Beta		
1	(Constante)	-15,801	6,858		-2,304	,044
	Longitud de la víbora hocicuda	,933	,122	,924	7,621	,000

a. Variable dependiente: Número de ondulaciones

Estadísticos descriptivos

	Media	Desviación típica	N
Número de ondulaciones	36,33	4,228	12
Longitud de la víbora hocicuda	55,858	4,1845	12

(a) Planteamiento de todos los elementos, requisitos previos,…, del modelo estadístico utilizado en el estudio. Con los gráficos aportados, ¿qué se puede decir sobre los requisitos previos del modelo?

(b) Estimar, mediante un intervalo de confianza al 95%, el coeficiente de la variable explicativa del modelo de regresión utilizado.

(c) ¿Tiene la longitud de la víbora una influencia significativa sobre el número de ondulaciones? Escribir la hipótesis nula, la hipótesis alternativa, y obtener una conclusión razonada al 5% de significación.

(d) Estimar, mediante un intervalo al 95%, el número medio de ondulaciones de las víboras que tienen una longitud de 58 cm.

10.- Con el objetivo de reforestar la superficie calcinada tras un incendio, el gobierno de la Comunidad encarga un estudio a un equipo de investigación para analizar el efecto que tiene un fertilizante sobre una especie de pino. Para esto, anota el crecimiento medio anual obtenido con diferentes dosis de fertilizante (1, 2, 3 y 4 dosis) y desea ajustar un modelo de regresión logarítmico, $Y = \beta_0 + \beta_1 \, Ln \, X$, que explique el crecimiento medio anual en función de las dosis de fertilizante. Se obtienen los siguientes resultados con el SPSS.

Resumen del modelo

Modelo	R	R cuadrado	R cuadrado corregida	Error típ. de la estimación
1	,960[a]	,922	,883	2,044

a. Variables predictoras: (Constante), ln(dosis)

Coeficientes[a]

Modelo		Coeficientes no estandarizados		Coeficientes estandarizados	t	Sig.
		B	Error típ.	Beta		
1	(Constante)	21,181	1,864		11,360	,008
	ln(dosis)	9,526	1,963	,960	4,853	,040

a. Variable dependiente: Crecimiento medio anual

ANOVA[b]

Modelo		Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
1	Regresión	98,396	1	98,396	23,556	,040[a]
	Residual	8,354	2	4,177		
	Total	106,750	3			

a. Variables predictoras: (Constante), ln(dosis)

b. Variable dependiente: Crecimiento medio anual

(a) ¿Cuál es el modelo de regresión logarítmico ajustado? ¿Es bueno el ajuste?

(b) ¿Cuál sería el crecimiento medio anual esperado utilizando 3 dosis?

(c) Obtener un intervalo de confianza, al 90%, para estimar el parámetro β_1.

(d) ¿Se puede afirmar que el número de dosis de fertilizante influye sobre el crecimiento medio anual? Dar una respuesta con nivel de significación 0,10.

11.- Dos géneros de pájaros, Parus y Ficedula, compiten por el territorio en la isla de Gotland (Suecia), siendo el primero más agresivo: con frecuencia se encuentran cadáveres de Ficedula en las cajas-nido ocupadas por Parus. Un estudio definió 14 parcelas de la misma superficie en las que se colocaron aleatoriamente un número prefijado de cajas-nido. Al finalizar la temporada de cría se anotaron para cada una de las 14 parcelas, el porcentaje X de cajas-nido ocupadas por Parus y el número Y de cadáveres de Ficedula hallados en ellas. Los resultados se resumen en la tabla siguiente:

$\sum y_i$	$\sum x_i$	$\sum y_i^2$	$\sum x_i^2$	$\sum y_i x_i$
20	582	62	25 844	1009

(a) Halla la ecuación de la recta de regresión de Y sobre X.

(b) Escribe la tabla ANOVA que permita contrastar si la variable X es explicativa de los valores de Y. ¿Qué conclusión se alcanza al nivel de significación 0,05?

(c) Calcula el coeficiente de determinación. ¿Qué conclusión obtienes?

MODELO DE REGRESIÓN MÚLTIPLE

1.- Los datos de la siguiente tabla corresponden a un estudio sobre la contaminación acústica realizado en distintas zonas de la misma ciudad. La variable Y mide la contaminación acústica en decibelios, y las variables X_1 y X_2 la hora del día y el tráfico de vehículos por minuto, respectivamente.

Decibelios	0,9	1,6	4,7	2,8	5,6	2,4	1,0	1,5
Hora	14	15	16	13	17	18	19	20
Vehículos	1	2	5	2	6	4	3	4

Analizar un modelo de regresión múltiple para explicar el número de decibelios en función de las otras variables.

2.- En el Ayuntamiento de Madrid se hizo un estudio hace varios años sobre la conveniencia de instalar mamparas de protección acústica en una zona de la M-30 (es decir, la calle 30). Un técnico del Ayuntamiento piensa que si el ruido afecta mucho a los habitantes de la zona, esto debe reflejarse en los precios de las viviendas. Su idea es que el precio de una casa, en miles de pesetas, en esa zona (Y) depende del número de metros cuadrados (X_1), del número de habitaciones (X_2) y de la contaminación acústica, medida en decibelios, (X_3). A partir de una muestra de 20 casas vendidas en los últimos tres meses, se estima el siguiente modelo:

$$\hat{y}_i = \underset{}{5\,970} + \underset{(2{,}55)}{22{,}35\, x_{1i}} + \underset{(1\,820)}{2\,701{,}1\, x_{2i}} - \underset{(15{,}4)}{67{,}6730\, x_{3i}} \qquad R^2 = 0{,}9843$$

donde los errores típicos de las estimaciones de los coeficientes aparecen entre paréntesis.

(a) Especificar el modelo y las hipótesis.

(b) Calcular el efecto que tendría sobre el precio un descenso de 10 decibelios.

(c) Contrastar, con α=0,05, la hipótesis nula de que el número de habitaciones no influye en el precio.

(d) Con α=0,05, ¿se puede afirmar que la contaminación acústica influye en el precio?

(e) Contrastar, con α=0,05, la hipótesis nula de que las tres variables no influyen conjuntamente en el precio.

(f) Estimar el precio medio de las casas que tienen 100 metros cuadrados, 2 habitaciones y una contaminación acústica de 40 decibelios.

3.- Se dispone de datos sobre la "duración de la estancia (en horas) en la UVI" de 17 pacientes, de su "índice de gravedad" y del "tamaño del hospital" (codificado con 0 si es grande y con 1 si es pequeño):

duración	24	48	37	81	48	2	24	64	12	8	4	36	12	8	4	88	54
gravedad	22	80	55	140	90	10	40	120	30	25	10	77	32	14	15	200	120
tamaño	0	0	0	1	0	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	0	0

Efectuar un análisis de regresión lineal con el SPSS, para tratar de explicar la duración de la estancia en función de las otras dos variables, y contestar a las siguientes cuestiones:

(a) Plantear el modelo utilizado.

(b) ¿Es razonable asumir normalidad, linealidad y homocedasticidad?

(c) Aceptando la validez del modelo de regresión, ¿cuál es el aumento estimado en la duración de la estancia si el índice de gravedad aumenta 5 unidades? ¿Cuál es la duración media estimada de estancia en la UVI de hospitales pequeños para los enfermos con un índice de gravedad de 50?

(d) Con una confianza del 95%, ¿se puede aceptar que el modelo es explicativo? ¿Influye el índice de gravedad en la duración de la estancia? ¿Influye el tamaño del hospital en la duración de la estancia?

4.- Se desea hacer una regresión lineal que explique el contenido en sales minerales del húmero dominante en función de X_1=”Contenido en sales minerales del radio dominante” y de X_2=”Contenido en sales minerales del radio no dominante”. Se toman datos en 5 personas y se analizan con el SPSS (los resultados se ofrecen a continuación):

Resumen del modelo

Modelo	R	R cuadrado	R cuadrado corregida	Error típ. de la estimación
1	,989	,977	,955	$3{,}4990E-02$

ANOVA

Modelo		Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
1	Regresión	,106	2	$5{,}289E-02$	43,196	,023
	Residual	$2{,}449E-03$	2	$1{,}224E-03$		
	Total	,108	4			

Coeficientes

Modelo		Coeficientes no estandarizados		Coeficientes estandarizados	t	Sig.
		B	Error típ.	Beta		
1	(Constante)	,619	,136		4,544	,045
	Radio (parte dominante)	,471	,326	,345	1,444	,286
	Radio (parte no dominante)	,956	,342	,668	2,798	,107

¿Son explicativas las variables X_1 y X_2? ¿Es explicativo el modelo en su conjunto? Dar respuestas razonadas, al nivel de significación 0,05. A partir de las respuestas anteriores, obtener conclusiones razonadas sobre cuál sería el procedimiento a seguir para quedarnos con un modelo de regresión adecuado.

5.- En una muestra de 20 mujeres sanas entre 20 y 34 años se ha medido su cantidad de grasa corporal, el espesor del pliegue cutáneo del tríceps, el perímetro del muslo y el perímetro del antebrazo. La cantidad de grasa corporal se mide mediante un complicado y caro procedimiento que requiere la inmersión de cada persona en agua, por lo que sería muy útil si un modelo de regresión a partir de las variables disponibles permitiera predecir de forma fiable dicha cantidad. Se ha ajustado el siguiente modelo de regresión múltiple:

$$\text{Grasa} = \beta_0 + \beta_1 \text{ Triceps} + \beta_2 \text{ Muslo} + \beta_3 \text{ Antebrazo} + U$$

Se sabe que el estadístico *F* en la tabla Anova correspondiente a este modelo es *F* = 21,516. A continuación aparecen la matriz de correlaciones entre todas las variables involucradas y otros resultados del ajuste obtenidos con SPSS:

Correlaciones

		Grasa	Triceps	Muslo	Antebrazo
Grasa	Correlación de Pearson	1	,843	,878	,142
	Sig. (bilateral)		,000	,000	,549
	N	20	20	20	20
Triceps	Correlación de Pearson	,843	1	,924	,458
	Sig. (bilateral)	,000		,000	,042
	N	20	20	20	20
Muslo	Correlación de Pearson	,878	,924	1	,085
	Sig. (bilateral)	,000	,000		,723
	N	20	20	20	20
Antebrazo	Correlación de Pearson	,142	,458	,085	1
	Sig. (bilateral)	,549	,042	,723	
	N	20	20	20	20

Coeficientes[a]

Modelo		Coeficientes no estandarizados		Coeficientes tipificados		
		B	Error típ.	Beta	t	Sig.
1	(Constante)	117,085	99,782		1,173	,258
	Triceps	4,334	3,016	4,264	1,437	,170
	Muslo	-2,857	2,582	-2,929	-1,106	,285
	Antebrazo	-2,186	1,595	-1,561	-1,370	,190

a. Variable dependiente: Grasa

(a) Calcula el coeficiente de determinación correspondiente al modelo anterior. ¿Qué significa el valor obtenido?
(b) Con los resultados disponibles, ¿se puede afirmar a nivel 0,05 que el espesor del pliegue cutáneo del tríceps, el perímetro del muslo y el perímetro del antebrazo son útiles conjuntamente para explicar la cantidad de grasa corporal?
(c) Calcula un intervalo de confianza de nivel 95% para el coeficiente β_2.
(d) Determina cuáles de las tres variables regresoras son individualmente significativas a nivel 0,05 para explicar la variable respuesta.
(e) A la vista de toda la información disponible, ¿existe algún problema con los resultados obtenidos en el apartado anterior? En caso afirmativo, ¿cómo se podría resolver?

6.- A fin de conocer la absorción de una droga por el hígado de la rata, se seleccionan aleatoriamente 19 ejemplares, se pesan y se les suministra un anestésico ligero a fin de suministrarles posteriormente una dosis oral de la droga.
Se suministra a cada rata una determinada fracción de una dosis básica (variable "dosis") y tras un periodo de tiempo fijado se sacrifica cada ejemplar, se pesa su hígado y se estima la fracción de droga absorbida (variable "dosis en hígado"). Los estadísticos descriptivos de estas variables se recogen la tabla siguiente:

Estadísticos descriptivos

	N	Media	Desv. típ.	Varianza
Peso de la rata	19	171,53	16,490	271,930
Peso del hígado	19	7,811	1,2229	1,495
Dosis	19	,8621	,08580	,007
Dosis en hígado	19	,3353	,08847	,008
N válido (según lista)	19			

Primer análisis

Con los datos recogidos se trata de ver, en primer lugar, que efectivamente se puede predecir el peso del híigado por medio del peso de la rata. Los resultados obtenidos en este primer análisis se recogen en los siguientes cuadros y tablas.

Resumen del modelo

Modelo	R	R cuadrado	R cuadrado corregida
1	,500[a]	,250	,206

a. Variables predictoras: (Constante), Peso de la rata

Coeficientes[a]

Modelo		Coeficientes no estandarizados		Coeficientes tipificados		
		B	Error típ.	Beta	t	Sig.
1	(Constante)	1,450	2,683		,541	,596
	Peso de la rata	,037	,016	,500	2,381	,029

a. Variable dependiente: Peso del hígado

ANOVA[b]

Modelo		Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
1	Regresión	6,730	1	6,730	5,667	,029[a]
	Residual	20,188	17	1,188		
	Total	26,918	18			

a. Variables predictoras: (Constante), Peso de la rata

b. Variable dependiente: Peso del hígado

Se pide:

(a) ¿De qué modelo se trata? Describe todos sus elementos y variables. ¿Cuál es el coeficiente de determinación? ¿Cómo se interpreta?

(b) ¿Cuál es el valor de la varianza residual? ¿Cuáles son los otros parámetros del modelo y qué estimaciones se obtienen? ¿Qué contraste de hipótesis se decide con el p-valor de la tabla ANOVA? Escribe claramente sus hipótesis nula y alternativa. ¿Cuál es la conclusión al nivel de significación $\alpha\_ = 0{,}05$?

(c) Da un intervalo de confianza del 90% para el peso medio del hígado de las ratas cuyo peso en vivo es de 150 g.

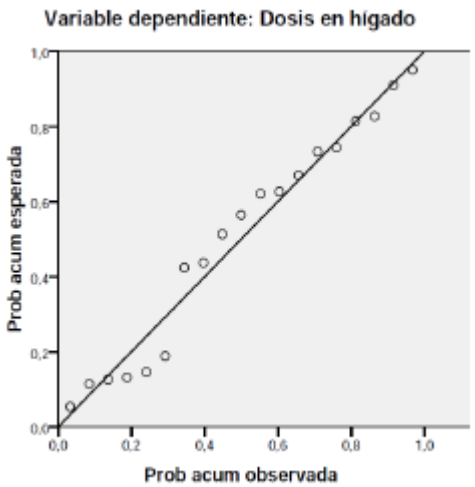
Segundo análisis

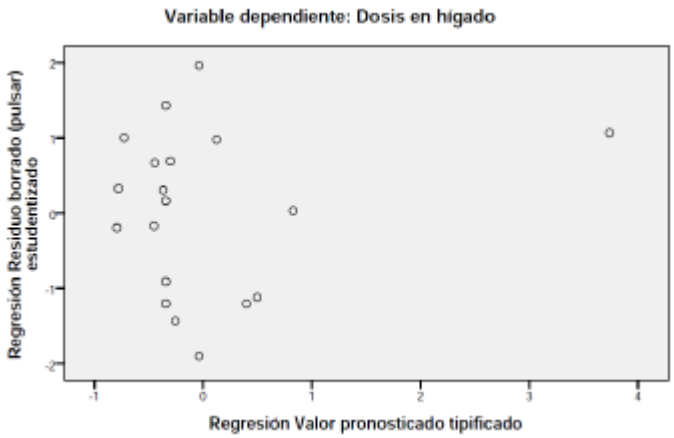
Posteriormente, se estudia si se puede determinar la fracción de droga absorbida ("dosis en hígado") en función del peso de la rata y de la dosis suministrada. Los resultados obtenidos en este segundo análisis se recogen en los siguientes cuadros y figuras.

Resumen del modelo[b]

Modelo	R	R cuadrado	R cuadrado corregida	Error típ. de la estimación
1	,578[a]	,335	,251	,07654

a. Variables predictoras: (Constante), Dosis, Peso de la rata





ANOVA[b]

Modelo		Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
1	Regresión	,047	2	,024	4,024	,038[a]
	Residual	,094	16	,006		
	Total	,141	18			

a. Variables predictoras: (Constante), Dosis, Peso de la rata

Coeficientes[a]

Modelo		Coeficientes no estandarizados		Coeficientes tipificados		
		B	Error típ.	Beta	t	Sig.
1	(Constante)	,286	,191		1,493	,155
	Peso de la rata	-,020	,008	-3,811	-2,608	,019
	Dosis	4,125	1,506	4,001	2,738	,015

a. Variable dependiente: Dosis en hígado

Se pide:

(d) Describir con detalle el modelo utilizado, indicando sus parámetros, sus elementos y los requisitos que deben cumplir. Comentar las figuras indicando cómo cada una de ellas justifica si se cumplen o no los requisitos previos del modelo.

(e) Determinar qué coeficientes del modelo son significativamente no nulos (al nivel de significación $\alpha = 0{,}05$), indicando en cada caso el p-valor utilizado y el cuadro del cual procede. Estimar el valor medio de la dosis en hígado cuando el peso de la rata en vivo es de 160 g y la dosis suministrada es de 0,75.

7.- En 12 grandes ciudades se hace un estudio sobre la tasa de contaminación (con cierto contaminante atmosférico). Se piensa que puede estar influida por tres variables:

X_1=”Índice de pluviosidad”,

X_2=”Densidad de industrias contaminantes en el término municipal”,

X_3=”Millones de habitantes”.

Se adjunta la salida del estudio de regresión lineal efectuado:

Resumen del modelo[b]

Modelo	R	R cuadrado	R cuadrado corregida	Error típ. de la estimación
1	,999[a]	,998	,997	12,13473

a. Variables predictoras: (Constante), Millones de habitantes, Indice de pluviosidad, Densidad de industrias contaminantes

b. Variable dependiente: Tasa registrada de contaminante

ANOVA[b]

Modelo		Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
1	Regresión	512454,237	3	170818,079	1160,042	,000[a]
	Residual	1178,013	8	147,252		
	Total	513632,250	11			

a. Variables predictoras: (Constante), Millones de habitantes, Indice de pluviosidad, Densidad de industrias contaminantes

b. Variable dependiente: Tasa registrada de contaminante

Coeficientes[a]

Modelo		Coeficientes no estandarizados		Coeficientes estandarizados	t	Sig.
		B	Error típ.	Beta		
1	(Constante)	1010,036	14,648		68,956	,000
	Indice de pluviosidad	-2,023	,035	-,987	-58,205	,000
	Densidad de industrias contaminantes	2,016	,184	,196	10,962	,000
	Millones de habitantes	-3,271	4,524	-,013	-,723	,490

a. Variable dependiente: Tasa registrada de contaminante

(a) Especificar claramente el modelo y las hipótesis que se han considerado.

(b) ¿Cuál sería la tasa de contaminante estimada con el modelo de regresión para una ciudad con 3 millones de habitantes, un índice de pluviosidad de 250 y una densidad de industria contaminante de 25?

(c) ¿Qué variables son individualmente explicativas? ¿El modelo es globalmente explicativo? Dar respuestas razonadas al nivel de significación 0,05. ¿Se detecta algún problema de multicolinealidad?

MODELO DE REGRESIÓN LOGÍSTICA

1.- El 4 de julio de 1999 una tormenta con vientos que excedían las 90 millas por hora azotó el nordeste de Minnesota, en EE.UU., causando graves daños en los bosques de un parque natural de la zona. Los científicos analizaron los efectos de la tormenta determinando para más de 3600 árboles del parque su diámetro en cm (variable D), y una medida de la severidad local de la tormenta (variable S). Los árboles que habían muerto fueron codificados con Y=1, y los árboles supervivientes con Y=0. Utilizaremos un modelo de regresión logística para expresar la probabilidad de no supervivencia de los árboles mediante las variables D y S. Usando SPSS, obtenemos la siguiente tabla:

Variables en la ecuación

		B	E.T.	Wald	gl	Sig.	Exp(B)
Paso 1[a]	D	,097	,005	346,022	1	,000	1,102
	S	4,424	,189	545,122	1	,000	83,412
	Constante	-3,543	,127	774,463	1	,000	,029

a. Variable(s) introducida(s) en el paso 1: D, S.

(a) Hallar las estimaciones puntuales de los parámetros del modelo.
(b) Obtener un intervalo de confianza de nivel 95% para el coeficiente del diámetro, β_1.
(c) La variable D, ¿tiene una influencia significativa en el modelo? ¿Y la variable S? Dar respuestas al nivel de significación del 5%.
(d) Estimar la probabilidad de que no sobreviva un árbol cuyo diámetro es de 30 cm situado en una zona en que la fuerza de la tormenta viene dada por S=0,8.

Con los mismos datos, ajustamos un modelo de regresión logística simple que incluye sólo el diámetro como variable regresora para explicar la probabilidad de no supervivencia de los árboles, obteniendo la siguiente tabla con SPSS:

Variables en la ecuación

		B	E.T.	Wald	gl	Sig.	Exp(B)
Paso 1[a]	D	,098	,005	405,223	1	,000	1,102
	Constante	-1,702	,083	422,608	1	,000	,182

a. Variable(s) introducida(s) en el paso 1: D.

(e) A nivel α=0,01, ¿es posible afirmar que el diámetro influye en la probabilidad de que un árbol sobreviva?
(f) Escribe la regla para clasificar un árbol como superviviente o no superviviente en función de su diámetro.

2.- Se dispone de medidas de la longitud y la anchura del pétalo y del sépalo de 100 lirios correspondientes a dos especies diferentes: *iris versicolor* (Y=0) e *iris virginica* (Y=1). Se ha ajustado un modelo de regresión logística a los datos con el fin de estudiar la probabilidad de que un lirio pertenezca a cada una de las dos especies en función de las cuatro medidas. Los resultados más relevantes obtenidos con SPSS se muestran a continuación:

Variables en la ecuación

		B	E.T.	Wald	gl	Sig.	Exp(B)
Paso 1[a]	LSepalo	-2,465	2,394	1,060	1	,303	,085
	ASepalo	-6,681	4,480	2,224	1	,136	,001
	LPetalo	9,429	4,737	3,962	1	,047	12448,870
	APetalo	18,286	9,743	3,523	1	,061	8,741E7
	Constante	-42,638	25,708	2,751	1	,097	,000

a. Variable(s) introducida(s) en el paso 1: LSepalo, ASepalo, LPetalo, APetalo.

(a) A nivel α=0,05, ¿qué variables son significativas?
(b) Calcula un intervalo de confianza de nivel 95% para el coeficiente correspondiente a la anchura del sépalo.
(c) Escribe la regla de clasificación lineal que proporciona el modelo con las cuatro variables. Usando esta regla, ¿en cuál de las dos especies se clasifica un lirio tal que la longitud de su pétalo es 5 cm, la anchura de su pétalo es 2 cm, la longitud de su sépalo es 6 cm y la anchura de su sépalo es 3 cm?

3.- La altura (en cm) es una variable que se puede utilizar para intentar clasificar con rapidez a un chimpancé en una de las dos especies existentes: chimpancé común (que codificaremos con 1) y bonobo (que codificaremos con 0). A partir de las 10 siguientes alturas:

Bonobos	94	97	100	105	108
Chimpancés comunes	102	108	112	114	120

obtenemos con SPSS la siguiente tabla:

Variables en la ecuación

		B	E.T.	Wald	gl	Sig.	Exp(B)
Paso 1[a]	Altura	,308	,187	2,701	1	,100	1,361
	Constante	-32,608	19,860	2,696	1	,101	,000

a. Variable(s) introducida(s) en el paso 1: Altura.

(a) Escribe el modelo de regresión logística ajustado que expresa la probabilidad de clasificar un chimpancé como chimpancé común en función de su altura. ¿Cuánto vale esa probabilidad si el chimpancé tiene una altura de 110 cm?
(b) Escribe la regla de clasificación de los chimpancés y aplícala a un chimpancé con una altura de 100 cm.

4.- En una asignatura con 43 alumnos se realizan dos exámenes parciales (calificado cada uno de ellos de 0 a 10) y una evaluación final (calificada también de 0 a 10). Estos datos van a ser analizados con diferentes modelos estadísticos:

Modelo de regresión lineal múltiple

Este modelo lo vamos a aplicar para intentar predecir la calificación de la evaluación final mediante las calificaciones de los dos parciales. Las siguientes tablas y gráficos son obtenidos con SPSS:

ANOVA[b]

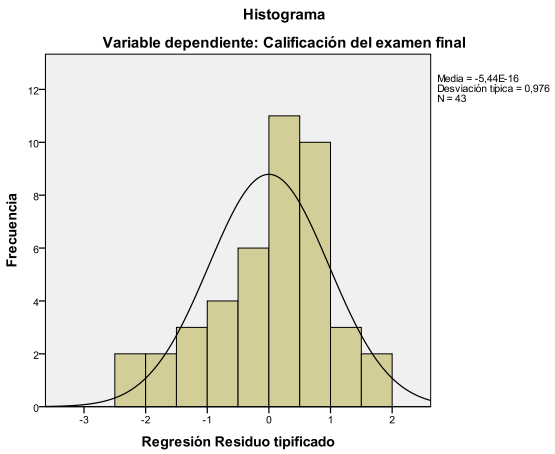
Modelo		Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
1	Regresión	13,889	2	6,945	3,835	,030[a]
	Residual	72,435	40	1,811		
	Total	86,324	42			

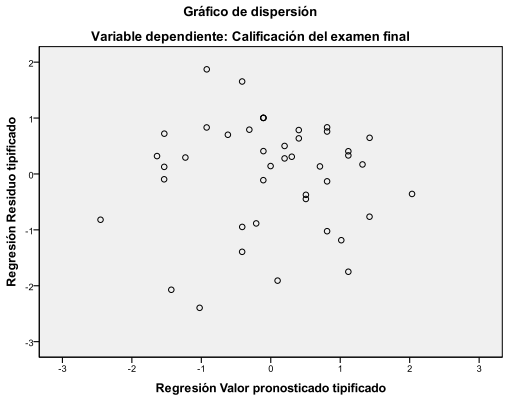
a. Variables predictoras: (Constante), Calificación del segundo parcial, Calificación del primer parcial
b. Variable dependiente: Calificación del examen final

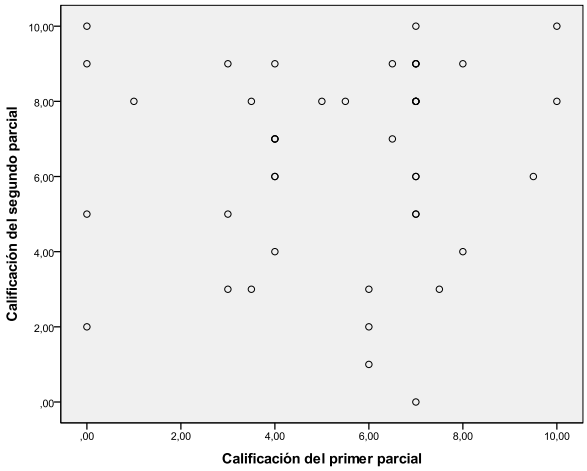
Coeficientes[a]

Modelo		Coeficientes no estandarizados		Coeficientes tipificados	t	Sig.
		B	Error típ.	Beta		
1	(Constante)	5,050	,671		7,526	,000
	Calificación del primer parcial	,117	,079	,214	1,473	,148
	Calificación del segundo parcial	,176	,079	,324	2,231	,031

a. Variable dependiente: Calificación del examen final







(a) Plantear todos los elementos e hipótesis previas del modelo, y diagnosticar dichas hipótesis utilizando los gráficos disponibles.

(b) ¿Es el modelo conjuntamente explicativo? ¿Son las calificaciones de cada parcial individualmente explicativas? Plantear los contrastes de hipótesis adecuados, responder razonadamente (con un nivel de significación del 5%), y obtener las conclusiones que parezcan oportunas.

Modelo de regresión lineal simple

Este modelo lo vamos a aplicar para intentar predecir la calificación de la evaluación final utilizando solamente la calificación del segundo parcial. Las siguientes tablas son obtenidas con SPSS:

Coeficientes[a]

Modelo		Coeficientes no estandarizados		Coeficientes tipificados	t	Sig.
		B	Error típ.	Beta		
1	(Constante)	5,623	,555		10,141	,000
	Calificación del segundo parcial	,184	,080	,340	2,312	,026

a. Variable dependiente: Calificación del examen final

ANOVA[b]

Modelo		Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
1	Regresión	9,958	1	9,958	5,346	,026[a]
	Residual	76,366	41	1,863		
	Total	86,324	42			

a. Variables predictoras: (Constante), Calificación del segundo parcial
b. Variable dependiente: Calificación del examen final

Estadísticos descriptivos

	Media	Desviación típica	N
Calificación del examen final	6,8116	1,43364	43
Calificación del segundo parcial	6,4419	2,63947	43

(c) ¿Tiene la calificación del segundo parcial una influencia significativa sobre la calificación de la evaluación final? Plantear el contraste de hipótesis adecuado, y dar una respuesta razonada (con un nivel de significación del 5%).

(d) Predecir (mediante un intervalo al 95%) la calificación de la evaluación final de un único alumno que haya obtenido un 6 en el segundo parcial.

Modelo de regresión logística

Aplicamos este modelo a la predicción (aproximada) de la probabilidad de que un alumno obtenga más de un 7 en la evaluación final a partir de las calificaciones de los dos parciales. Para hacer esto, codificaremos con Y=1 a los alumnos que obtienen más de 7 en la evaluación final, y con Y=0 a los que obtienen menos. La siguiente tabla se obtiene con SPSS:

Variables en la ecuación

		B	E.T.	Wald	gl	Sig.	Exp(B)
Paso 1[a]	Parcial1	,212	,135	2,474	1	,116	1,236
	Parcial2	,247	,133	3,434	1	,064	1,280
	Constante	-2,573	1,203	4,570	1	,033	,076

a. Variable(s) introducida(s) en el paso 1: Parcial1, Parcial2.

(e) Utilizar el modelo ajustado para calcular la probabilidad de que un alumno, que ha obtenido un 7 en el primer parcial y un 6 en el segundo, obtenga más de un 7 en la evaluación final.