

Ejercicios

TEMA 2: MODELOS DE PROBABILIDAD

2.1 El tiempo de desintegración X (en minutos) del isótopo radiactivo ^{214}Bi sigue una distribución de probabilidad con función de densidad

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{28}e^{-x/28} & \text{si } x \geq 0, \\ 0 & \text{si } x < 0. \end{cases}$$

- Calcula la mediana y la media del tiempo de vida del isótopo ^{214}Bi .
- Determina la probabilidad de que al observar un átomo de ^{214}Bi tarde más de 22 minutos en decaer (a ^{214}Po).

2.2 En un experimento de laboratorio, el promedio de partículas radiactivas que pasan a través de un contador durante un milisegundo es de 4. Suponiendo que el número de partículas por milisegundo que pasan por el contador sigue una distribución de Poisson, ¿cuál es la probabilidad de que entren 6 partículas al contador en un milisegundo determinado?

2.3 En un experimento se comprobó que la aplicación de cierto tratamiento químico aumentaba la resistencia a la corrosión de un material en un 80 % de los casos. Se someten a ese tratamiento ocho piezas de dicho material. Determina:

- Probabilidad de que el tratamiento sea efectivo para exactamente 5 piezas.
- Probabilidad de que el tratamiento sea efectivo para más de 5 piezas.
- Probabilidad de que el tratamiento sea efectivo para al menos tres piezas.
- Número de piezas para las que se espera que el tratamiento sea efectivo.

2.4 Los graduados en Química trabajan en una gran variedad de campos: Medio ambiente, Farmacéutica, Alimentación, Bioquímica clínica, etc. Parece que un 20 % de los graduados químicos en Canadá se dedican a la Bioquímica clínica. Sin embargo, en España el porcentaje solo es del 1.8 %. Se pide:

- Si se eligen al azar 10 graduados químicos canadienses, ¿cuál es la probabilidad de que se hayan dedicado a la Bioquímica clínica menos de 3?
- Si se eligen, aleatoriamente, 60 graduados químicos españoles, ¿cuál es la probabilidad de que ninguno de ellos se hayan dedicado a la Bioquímica clínica?
- Si se eligen, aleatoriamente, 60 graduados químicos canadienses, ¿cuál es la probabilidad de que 10 ó menos de entre ellos se hayan dedicado a la Bioquímica clínica?

2.5 Una compañía de seguros con 10 000 asegurados halla que el 0.005 % de la población fallece cada año por un cierto tipo de accidente.

- Halla la probabilidad de que la compañía tenga que pagar, por dicho tipo de accidente, a más de tres asegurados en un año determinado.
- ¿Cuál es el número medio de accidentes por año?

2.6 La probabilidad de que un espectrómetro tenga un fallo durante el primer año de funcionamiento es 0.001. Halla la probabilidad de que en un lote de 1000 espectrómetros presenten un fallo durante su primer año

- exactamente tres;
- más de 2.

2.7 En el Centro de Estudios y Experimentación de Obras Públicas (CEDEX) se ha estudiado un tipo de compuesto para fabricación de neumáticos. Se ha observado que la duración (en km) de dichos neumáticos, cuando se utilizan en condiciones corrientes, sigue una distribución Normal de media 20 000 y desviación típica 1 500.

- a) Calcula la probabilidad de que un neumático elegido al azar dure más de 21 000 km.
- b) Una fábrica de automóviles compra un lote de 200 neumáticos de este tipo. ¿Cuál es la probabilidad de que al menos 60 neumáticos duren más de 21 000 km?
- 2.8** En un cierto campo el contenido de potasio (en mg) de una patata de tamaño mediano sigue una distribución $N(\mu = 564, \sigma = 50)$.
- a) ¿Qué porcentaje de patatas de tamaño mediano tiene un contenido de potasio entre 550 y 578 mg?
- b) En un saco de 200 patatas medianas ¿cuál es la probabilidad de que más de 50 tengan entre 550 y 578 mg de potasio?
- c) En un saco de 100 patatas, ¿cuál es la probabilidad de que haya como mucho dos patatas con menos de 480 mg de potasio cada una?
- 2.9** En un día con alto índice de contaminación la concentración (en $\mu\text{g}/\text{m}^3$) de NO_2 en un punto elegido al azar de la ciudad de Madrid sigue una distribución Normal de media $\mu = 69$ y varianza $\sigma^2 = 36$.
- a) Calcula la probabilidad de que en una estación de medición de la Red de Vigilancia de la Calidad del Aire del Ayuntamiento se mida una concentración de NO_2 superior a $66 \mu\text{g}/\text{m}^3$.
- b) Si hay 70 estaciones de medición del Ayuntamiento, ¿cuál es la probabilidad de que en más de 50 de ellas la concentración observada de NO_2 supere los $66 \mu\text{g}/\text{m}^3$?
- c) ¿Cuál es la probabilidad de que en exactamente tres de esas 70 estaciones de medición se observe una concentración superior a $66 \mu\text{g}/\text{m}^3$ e inferior a $67 \mu\text{g}/\text{m}^3$?
- 2.10** La concentración de Na en las botellas de agua mineral de cierta marca sigue una distribución Normal de media 7.4 ppm y desviación típica 0.2 ppm.
- a) Calcula la probabilidad de que, al analizar una botella, la concentración de sodio sea inferior a 7.7 ppm.
- b) Si se analizan 4 botellas y se promedian las correspondientes concentraciones de Na, calcula la probabilidad de que el promedio sea mayor que 7.3 ppm.
- c) Si se analizan 4 botellas, ¿cuál es la probabilidad de que exactamente dos de ellas tengan una concentración de Na superior a 7.4 ppm?
- 2.11** Una máquina de envasado llena sacos de fertilizante de aproximadamente 30 kg. La cantidad (en kg) de fertilizante por saco sigue una distribución $N(\mu = 30; \sigma = 1)$.
- a) Calcula la probabilidad de que la cantidad de fertilizante en un saco esté entre 29 y 31 kg.
- b) Una empresa realiza un pedido de 80 de estos sacos de fertilizante. Calcula la probabilidad de que más de 50 de ellos estén entre 29 y 31 kg.
- 2.12** La permeabilidad intrínseca del hormigón producido en una fábrica química sigue una distribución $N(\mu = 40; \sigma = 5)$. Se analizan 60 piezas de hormigón de la fábrica. ¿Cuál es la probabilidad de que alguna pieza tenga una permeabilidad intrínseca inferior a 30?