

Hojas de ejercicios

TEMA 1: ESTADÍSTICA DESCRIPTIVA

- 1.1** Al validar un método analítico rutinario para detectar residuos de tianfenicol en alimentos se obtienen los siguientes resultados:

Día 1	54.72	56.78	53.33	48.59	53.80	52.06
Día 2	44.31	45.48	49.69	52.17	54.69	66.58
Día 3	52.55	47.34	64.89	45.76	63.52	59.13

Calcula los estadísticos media, mediana, desviación típica, coeficiente de variación, mínimo y máximo para cada uno de los días. Utiliza estas medidas para comparar los días entre sí. [Ellison, Barwick y Duguid Farrant, *Practical Statistics for the Analytical Scientist*, 2009.]

- 1.2** Para investigar la reproducibilidad de un método de determinación de selenio en alimentos, se realizaron nueve medidas sobre un lote de arroz tostado y se obtuvieron (en $\mu\text{g/g}$) los valores:

0.07 0.07 0.08 0.07 0.07 0.08 0.08 0.09 0.08

Calcula la media, la varianza, la desviación típica, el coeficiente de variación, la mediana y el rango de estos datos. Si se sustituye la primera observación por 0.04, ¿qué efecto tiene sobre estas medidas estadísticas? [Moreno, García y Mariné, *Analyst*, 1983.]

- 1.3** En un experimento se midió la temperatura de sublimación del Ir y del Rh repetidas veces; se obtuvieron los valores siguientes:

IRIDIO								
136.6	145.2	151.5	162.7	159.1	159.8	160.8	173.9	160.1
160.4	161.1	160.6	160.2	159.5	160.3	159.2	159.3	159.6
160.0	160.2	160.1	160.0	159.7	159.5	159.5	159.6	159.5

RODIO							
126.4	135.7	132.9	131.5	131.1	131.1	131.9	132.7
133.3	132.5	133.0	133.0	132.4	131.6	132.6	132.2
131.3	131.2	132.1	131.1	131.4	131.2	131.1	131.1

- a) Calcula media, mediana, desviación típica, varianza, coeficiente de variación y distancia intercuartílica en cada conjunto de datos.
- b) Calcula los percentiles 90, 75, 50, 25 y 10.
- c) Representa los datos mediante diagramas de cajas (*boxplots*) paralelos.
- d) Utiliza la información obtenida en los apartados anteriores para comparar las temperaturas de sublimación del Ir y el Rh.
- 1.4** Al comercializar un cargamento de carbón deben comunicarse algunas de sus propiedades con precisión, pues éstas determinan la calidad del cargamento. Una propiedad importante es el llamado *poder calorífico superior* (PCS), que se utiliza para describir el contenido energético del combustible. Para determinar el PCS (en MJ/kg) de un cargamento de carbón de Osterfeld se ha utilizado el protocolo ISO 1928. Éstos son los datos resultantes (ordenados de menor a mayor):

23.640 23.678 23.690 23.700 23.712 23.727 23.730 23.740
23.760 23.771 23.778 23.780 23.796 23.800 23.830 23.840
23.850 23.860 23.860 23.870 23.877 23.890 23.940

- a) Se denotan los datos por x_i , $i = 1, \dots, 23$. Si $\sum_{i=1}^{23} x_i = 547.119$ y $\sum_{i=1}^{23} x_i^2 = 13014.882627$, calcula la media, la desviación típica y el coeficiente de variación muestrales.
- b) Representa gráficamente los datos mediante un histograma definido sobre los intervalos $[23.60, 23.68]$, $(23.68, 23.76]$, $(23.76, 23.84]$, $(23.84, 23.92]$, $(23.92, 24.00]$.
- c) Determina los valores de la mediana y de los cuartiles primero y tercero. Representa gráficamente el diagrama de caja de los datos.

1.5 En la competición escolar de valoración organizada por el Royal Australian Chemical Institute (RACI) en 1997, cada equipo, compuesto por tres estudiantes de secundaria, tenía que determinar la concentración de una misma solución de ácido acético, utilizando sendas soluciones de sosa cáustica y de ácido clorhídrico de concentraciones conocidas. La concentración real de ácido acético era 0.1147 M. A continuación se reproducen, ordenados de menor a mayor, los resultados (en M) obtenidos por un estudiante de cada uno de 21 equipos que participaron en la competición. [Hibbert, D.B. y Gooding, J.J., *Data Analysis for Chemistry*, Oxford University Press, 2006]

0.1134 0.1138 0.1139 0.1141 0.1142 0.1143 0.1143
 0.1144 0.1144 0.1145 0.1146 0.1148 0.1150 0.1150
 0.1152 0.1153 0.1155 0.1158 0.1177 0.1219 0.1222

- a) Calcula la mediana y los cuartiles primero y tercero. Dibuja e interpreta el diagrama de caja de los datos.
- b) Dibuja e interpreta el histograma de los datos, agrupando las observaciones en los seis intervalos con extremos en

0.112, 0.114, 0.116, 0.118, 0.120, 0.122, 0.124.

1.6 Con el objetivo de incrementar las precipitaciones en zonas desérticas, se evalúa un método que consiste en bombardear ((sembrar)) una nube con yoduro de plata (AgI). El experimento se diseñó de la siguiente manera: de cada nube que se podía sembrar, se decidió al azar si se la bombardeaba o no. Una nube no bombardeada se llama nube control. Presentamos la cantidad de agua caída de 25 nubes sembradas y 26 nubes control:

NUBES SEMBRADAS								
129.6	31.4	2745.6	489.1	430.0	302.8	119.0	4.1	92.4
17.5	200.7	274.7	7.7	1656.0	978.0	198.6	703.4	1697.8
	334.1	118.3	255.0	115.3	242.5	32.7	40.6	
NUBES CONTROL								
26.1	26.3	87.0	95.0	372.4	0.01	17.3	24.4	11.5
321.2	68.5	81.5	47.3	28.6	830.1	345.5	1202.6	36.6
4.9	4.9	41.1	29.9	163.0	244.3	147.8	21.7	

Realiza un análisis descriptivo de los datos para estudiar si la siembra de las nubes provoca un aumento de precipitaciones.

1.7 Se realizan cinco determinaciones independientes de la fluorescencia de las soluciones ácidas de quinina a seis concentraciones distintas. Los resultados obtenidos son:

Concentración en ng/ml (X)	0	10	20	30	40	50
Intensidad de fluorescencia (Y)	4	22	44	60	75	104
	3	20	46	63	81	109
	4	21	45	60	79	107
	5	22	44	63	78	101
	4	21	44	63	77	105

Si $\sum_{i=1}^{30} y_i = 1574$; $\sum_{i=1}^{30} y_i^2 = 117200$; y $\sum_{i=1}^{30} x_i y_i = 56690$; determina la ecuación de la recta de regresión de la fluorescencia sobre la concentración, y el coeficiente de correlación. Representa los datos y la recta de regresión en un diagrama de dispersión. ¿Es bueno el ajuste?

1.8 En un estudio del complejo formado entre los iones del europio (Eu) y el ácido piridin-2.6-dicarboxílico (APDC), se determinaron los valores de absorbancia de disoluciones con distintas concentraciones de APDC-Eu. Los resultados fueron

APDC-Eu	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0	1.2	1.4	1.6
Absorbancia	0.008	0.014	0.024	0.034	0.042	0.050	0.055	0.065
APDC-Eu	1.8	2.0	2.4	2.8	3.2	3.6	4.0	
Absorbancia	0.068	0.076	0.077	0.073	0.066	0.063	0.058	

Realiza un análisis de regresión lineal con estos datos y extrae conclusiones.

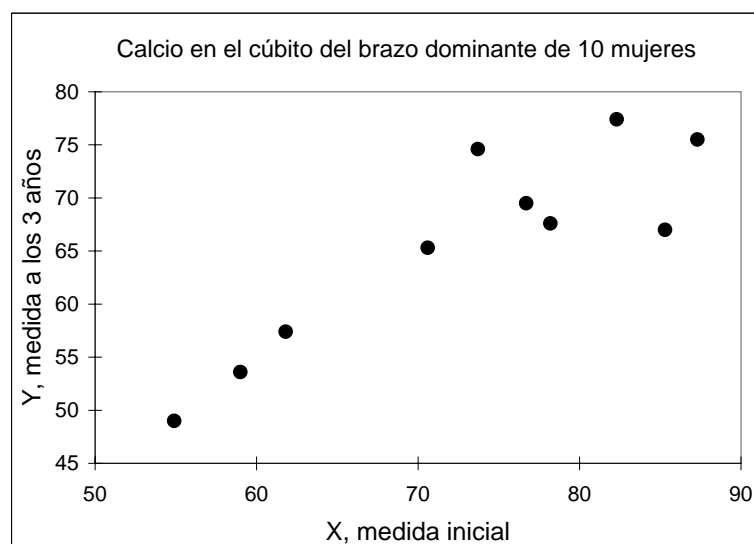
1.9 A fin de determinar la pérdida de calcio óseo con la edad, se realizan dos medidas, separadas tres años, del nivel de calcio en el cúbito del brazo dominante en 10 mujeres con edad avanzada.

Mujer	Inicial (X)	tras 3 años (Y)	Mujer	Inicial (X)	tras 3 años (Y)
1	87.3	75.5	6	78.2	67.6
2	59.0	53.6	7	73.7	74.6
3	76.7	69.5	8	61.8	57.4
4	70.6	65.3	9	85.3	67.0
5	54.9	49.0	10	82.3	77.4

Datos resumidos:

$$\sum_{i=1}^{10} x_i = 729.8 \quad \sum_{i=1}^{10} y_i = 656.9 \quad \sum_{i=1}^{10} x_i^2 = 54399.10 \quad \sum_{i=1}^{10} y_i^2 = 43977.99 \quad \sum_{i=1}^{10} x_i y_i = 48801.26$$

a) Calcula la recta de regresión de Y sobre X . Dibújala (aproximadamente) sobre el diagrama de dispersión de los datos que aparece a continuación.



b) Calcula e interpreta el coeficiente de correlación entre X e Y .

c) Para las observaciones de X , halla la mediana, los cuartiles, el rango total y el rango intercuartílico. Dibuja el diagrama de caja.

2.1 El tiempo de desintegración X (en minutos) del isótopo radiactivo ^{214}Bi sigue una distribución de probabilidad con función de densidad

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{20}e^{-x/20} & \text{si } x \geq 0, \\ 0 & \text{si } x < 0. \end{cases}$$

- a) Calcula la mediana y la media del tiempo de vida del isótopo ^{214}Bi .
- b) Determina la probabilidad de que al observar un átomo de ^{214}Bi tarde más de 22 minutos en decaer (a ^{214}Po).
- 2.2** En un experimento de laboratorio, el promedio de partículas radiactivas que pasan a través de un contador durante un milisegundo es de 4. Suponiendo que el número de partículas por milisegundo que pasan por el contador sigue una distribución de Poisson, ¿cuál es la probabilidad de que entren 6 partículas al contador en un milisegundo determinado?
- 2.3** En un experimento se comprobó que la aplicación de cierto tratamiento químico aumentaba la resistencia a la corrosión de un material en un 80 % de los casos. Se someten a ese tratamiento ocho piezas de dicho material. Determina:
- a) Probabilidad de que el tratamiento sea efectivo para exactamente 5 piezas.
- b) Probabilidad de que el tratamiento sea efectivo para más de 5 piezas.
- c) Probabilidad de que el tratamiento sea efectivo para al menos tres piezas.
- d) Número de piezas para las que se espera que el tratamiento sea efectivo.
- 2.4** Los graduados en Química trabajan en una gran variedad de campos: Medio Ambiente, Farmacéutica, Alimentación, Bioquímica Clínica, etc. Según indican los datos de censo del 2006, un 20 % de los graduados Químicos en Canadá se dedicaron a la empresa química (industria que incluye farmacéutica y medicina). Sin embargo, en España fue del 1,8 %. Se pide:
- a) Si se eligen al azar 10 graduados químicos canadienses, ¿cuál es la probabilidad de que se hayan dedicado a la empresa química menos de 3?
- b) Si se eligen, aleatoriamente, 60 graduados químicos españoles, ¿cual es la probabilidad de que ninguno de ellos se hayan dedicado a la empresa química?
- c) Si se eligen, aleatoriamente, 60 graduados químicos canadienses, ¿cuál es la probabilidad de que 10 ó menos de entre ellos se hayan dedicado a la empresa química?
- 2.5** Una compañía de seguros con 10 000 asegurados halla que el 0.005 % de la población fallece cada año por un cierto tipo de accidente.
- a) Halla la probabilidad de que la compañía tenga que pagar, por dicho tipo de accidente, a más de tres asegurados en un año determinado.
- b) ¿Cuál es el número medio de accidentes por año?
- 2.6** La probabilidad de que un espectrómetro tenga un fallo durante el primer año de funcionamiento es 0.001. Halla la probabilidad de que en un lote de 1000 espectrómetros presenten un fallo durante su primer año
- a) exactamente tres;
- b) más de 2.
- 2.7** En el Centro de Estudios y Experimentación de Obras Públicas (CEDEX) se ha estudiado un tipo de compuesto para fabricación de neumáticos. Se ha observado que la duración (en km) de dichos neumáticos, cuando se utilizan en condiciones corrientes, sigue una distribución Normal de media 20 000 y desviación típica 1 500.

- a) Calcula la probabilidad de que un neumático elegido al azar dure más de 21 000 km.
- b) Una fábrica de automóviles compra un lote de 200 neumáticos de este tipo. ¿Cuál es la probabilidad de que al menos 60 neumáticos duren más de 21 000 km?
- 2.8** En un cierto campo el contenido de potasio (en mg) de una patata de tamaño mediano sigue una distribución $N(\mu = 564, \sigma = 50)$.
- a) ¿Qué porcentaje de patatas de tamaño mediano tiene un contenido de potasio entre 550 y 578 mg?
- b) En un saco de 200 patatas medianas ¿cuál es la probabilidad de que más de 50 tengan entre 550 y 578 mg de potasio?
- c) En un saco de 100 patatas, ¿cuál es la probabilidad de que haya como mucho dos patatas con menos de 480 mg de potasio cada una?
- 2.9** En un día con alto índice de contaminación la concentración (en $\mu\text{g}/\text{m}^3$) de NO_2 en un punto elegido al azar de la ciudad de Madrid sigue una distribución Normal de media $\mu = 69$ y varianza $\sigma^2 = 36$.
- a) Calcula la probabilidad de que en una estación de medición de la Red de Vigilancia de la Calidad del Aire del Ayuntamiento se mida una concentración de NO_2 superior a $66 \mu\text{g}/\text{m}^3$.
- b) Si hay 70 estaciones de medición del Ayuntamiento, ¿cuál es la probabilidad de que en más de 50 de ellas la concentración observada de NO_2 supere los $66 \mu\text{g}/\text{m}^3$?
- c) ¿Cuál es la probabilidad de que en exactamente tres de esas 70 estaciones de medición se observe una concentración superior a $66 \mu\text{g}/\text{m}^3$ e inferior a $67 \mu\text{g}/\text{m}^3$?
- 2.10** La concentración de Na en las botellas de agua mineral de cierta marca sigue una distribución Normal de media 7.4 ppm y desviación típica 0.2 ppm.
- a) Calcula la probabilidad de que, al analizar una botella, la concentración de sodio sea inferior a 7.7 ppm.
- b) Si se analizan 4 botellas y se promedian las correspondientes concentraciones de Na, calcula la probabilidad de que el promedio sea mayor que 7.3 ppm.
- c) Si se analizan 4 botellas, ¿cuál es la probabilidad de que exactamente dos de ellas tengan una concentración de Na superior a 7.4 ppm?
- 2.11** Una máquina de envasado llena sacos de fertilizante de aproximadamente 30 kg. La cantidad (en kg) de fertilizante por saco sigue una distribución $N(\mu = 30; \sigma = 1)$.
- a) Calcula la probabilidad de que la cantidad de fertilizante en un saco esté entre 29 y 31 kg.
- b) Una empresa realiza un pedido de 80 de estos sacos de fertilizante. Calcula la probabilidad de que más de 50 de ellos estén entre 29 y 31 kg.
- 2.12** La permeabilidad intrínseca del hormigón producido en una fábrica química sigue una distribución $N(\mu = 40; \sigma = 5)$. Se analizan 60 piezas de hormigón de la fábrica. ¿Cuál es la probabilidad de que alguna pieza tenga una permeabilidad intrínseca inferior a 30?

TEMA 3: MUESTREO Y ESTIMACIÓN PUNTUAL

- 3.1** El error (en mg) que se comete al pesar un objeto en una cierta balanza puede considerarse como una v.a. con distribución $N(\mu = 0; \sigma = 150)$. Se pide:
- a) Probabilidad de que el error cometido (en valor absoluto) en una pesada sea inferior a 200 mg.
- b) Número mínimo de pesadas para que, con una probabilidad de 0.9, el error medio cometido (en valor absoluto) sea inferior a 50 mg.

3.2 Se han realizado medidas repetidas e independientes entre sí del pH de una solución reguladora. Se han obtenido los siguientes resultados.

5.12 5.20 5.15 5.17 5.16 5.19 5.15

Suponiendo que estas medidas proceden de una distribución $N(\mu, \sigma)$, halla las estimaciones de máxima verosimilitud (EMV) de μ , σ^2 y σ .

Si se tomaran 15 observaciones independientes de dicho pH, ¿qué distribución seguiría la media muestral?

3.3 El tiempo (en minutos) que un profesor tarda en atender a un estudiante en la revisión del examen final sigue una distribución exponencial. Halla la EMV del parámetro de la distribución sabiendo que el profesor tardó los siguientes tiempos en atender a 10 estudiantes:

5.3 8.5 6.6 10.9 8.3 14.8 5.4 2.7 6.3 4.4

3.4 Cierta árbitro (de fútbol) tiene una moneda favorita que lanza al principio de todos los partidos. Si durante una temporada 26 veces le ha salido cara y 17 veces le ha salido cruz, ¿cuál es la EMV de la probabilidad de cara en esa moneda? ¿Cuál es la distribución del número promedio de caras en el total de lanzamientos realizados?

3.5 Una pipeta aforada de clase A de 25 ml vierte un volumen medio (o esperado) de 25.00 ml con una desviación típica de 0.03 ml.

- a) Se realizan 30 vertidos independientes con la pipeta. ¿Qué distribución sigue el promedio de los 30 vertidos? ¿Qué hipótesis has utilizado para alcanzar esta conclusión?
- b) ¿Qué probabilidad hay de que el promedio esté entre los valores 25 ± 0.01 ml?
- c) ¿Cuántos vertidos habría que realizar para que el error del vertido promedio fuese, en valor absoluto, inferior a 0.01 con una probabilidad 0.99?

3.6 En un laboratorio de química analítica es importante apagar cualquier instrumento que utilice luz ultravioleta-visible cuando no se utiliza. Esto es porque las lámparas UV-VIS son caras y tienen un tiempo de vida limitado. Supongamos que la compañía A produce lámparas UV-VIS con un tiempo de vida medio de 750 horas y una desviación típica de 30 horas. La compañía B afirma que sus lámparas UV-VIS tienen una vida media superior a las de la compañía A con la misma desviación típica. Para comprobar que esta afirmación no carece de fundamento un laboratorio elige al azar 36 lámparas UV-VIS de la compañía B y mide sus tiempos de duración obteniendo una media muestral de 765 horas. Si el tiempo de vida de las lámparas de B hubiera sido igual que en A, ¿cuál habría sido la probabilidad de obtener una media muestral mayor o igual que 765 horas?. ¿Está fundamentada la afirmación de la compañía B?

3.7 Juan realiza mediciones en el laboratorio de química y transcribe el resultado en su cuaderno de prácticas. La desviación típica de estas mediciones de los estudiantes (incluido Juan) en el laboratorio es $\sigma = 10$ mg. Juan repite la medición 3 veces y escribe el promedio \bar{X} de sus 3 mediciones.

- a) ¿Cuál es la desviación típica del promedio \bar{X} calculado por Juan?
- b) ¿Cuántas veces debe repetir Juan las mediciones para reducir la desviación típica de \bar{X} a 5?
- c) ¿Cuál es la ventaja de promediar varias mediciones respecto a conformarse con una única medida?

3.8 Una empresa de ventas por internet asegura que, en un 90 % de las ocasiones, realiza los envíos de sus encargos como mucho en tres días laborables. Se toma una muestra aleatoria de tamaño 100 de las ventas realizadas por la compañía en un cierto período de tiempo. De esas 100 ventas, solamente 86 se enviaron en tres días laborables o menos.

- a) ¿Cuál es la proporción muestral de envíos realizados en el plazo prometido?

- b) Si la empresa realmente hace los envíos en tres días laborables en un 90% de las ocasiones, ¿cuál es la probabilidad de que la proporción muestral de cumplimiento de plazos en una muestra de 100 envíos sea menor o igual que la calculada en (a)? ¿Refuta este cálculo la promesa de la empresa?

TEMA 4: INTERVALOS DE CONFIANZA

4.1 La montmorillonita es un mineral del grupo de los silicatos. Es un hidroxisilicato de magnesio y aluminio, que se caracteriza por una composición química inconstante. Reproducimos a continuación el número medio de cationes Al en las capas octaédricas de montmorillonitas de distintos orígenes:

1.48 1.64 1.43 1.65 1.40 1.68 1.58 1.69 1.45 1.33 1.53 1.84 1.46 1.58 1.10.

[Weaver C.E. and Pollard, L.D., 1973, *The chemistry of clay minerals*]

Se puede aceptar que la cantidad de Al octaédrico en una montmorillonita sigue una distribución normal. Calcula intervalos de confianza del 95% para la media y para la varianza.

4.2 Los aceros inoxidable se utilizan frecuentemente en la industria química para manejar fluidos corrosivos. Sin embargo, el acero es especialmente sensible a la corrosión bajo tensión (*stress corrosion cracking*, SCC) en ciertos entornos. En una muestra de 295 aleaciones de acero que fallaron en refinerías y plantas petroquímicas, se encontró que 118 fueron causadas por fisuras debidas a tensiones intensas y corrosión. Construye un intervalo de confianza al 95% para la proporción real de aleaciones de acero fracturadas que se ven afectadas por la SCC.

4.3 Se toman aleatoriamente diez muestras de harina de un gran lote y se analizan para determinar la cantidad de humedad presente (en % m/m). Se obtienen los siguientes resultados:

14.06 13.76 13.99 13.94 13.94 13.95 13.96 14.17 14.20 13.86.

Suponiendo una distribución normal, halla intervalos de confianza del 90%

- a) para la media μ ;
- b) para la varianza σ^2 de esta población.

4.4 Un laboratorio quiere comprobar si medir el contenido de glucosa con el método espectroscópico proporciona los mismos resultados que con un biosensor. Para ello adquiere doce latas de un determinado refresco y determina la concentración de glucosa (en mM) en seis de ellas mediante el método espectroscópico y en las otras seis mediante el biosensor. Se obtienen los siguientes resultados

Método espectroscópico (X)	1.90	1.82	1.70	1.94	1.85	1.90
Biosensor (Y)	1.60	1.65	1.76	1.51	1.75	1.55

$$\sum_{i=1}^6 x_i = 11.11 \quad \sum_{i=1}^6 y_i = 9.82 \quad \sum_{i=1}^6 x_i^2 = 20.609 \quad \sum_{i=1}^6 y_i^2 = 16.125$$

Se supone que la medida de la concentración de glucosa sigue una distribución Normal tanto si es determinada con un método como si lo es con el otro, es decir, $X \sim N(\mu_1, \sigma_1)$ e $Y \sim N(\mu_2, \sigma_2)$.

- a) Calcula estimaciones de las medias μ_i y de las varianzas σ_i^2 .
- b) Calcula un intervalo de confianza para el cociente de varianzas σ_1^2/σ_2^2 al nivel de confianza 0.90. ¿Es razonable suponer que $\sigma_1 = \sigma_2$?
- c) Suponiendo que $\sigma_1 = \sigma_2$, determina si las concentraciones medias de glucosa medidas con el método espectroscópico y con el biosensor son iguales (utiliza un nivel de confianza 0.95).

4.5 Los siguientes datos proporcionan la recuperación de bromuro adicionado a muestras con contenido vegetal, medido mediante un método cromatográfico gas-líquido. La cantidad de bromuro potásico añadido a cada hortaliza fue la misma.

Tomate	777	790	759	790	770	758	764	$\mu\text{g g}^{-1}$
Pepino	782	773	778	765	789	797	782	$\mu\text{g g}^{-1}$

[Roughan, J.A., Roughan, P.A. y Wilkins, J.P.G., *Analyst*, 108 (1983), 742.]

- Halla un intervalo de confianza para la diferencia de medias, suponiendo que las varianzas en las dos poblaciones de hortalizas son iguales. ¿Que hipótesis se están utilizando implícitamente para poder obtener el intervalo?
- Decide si la hipótesis de igualdad de varianzas es razonable.
- [para hacer con Excel] Halla un intervalo de confianza para la diferencia de medias, si las varianzas en las dos poblaciones de tomates y pepinos son posiblemente distintas. Compara el intervalo con el obtenido en a).

4.6 Se determina la cantidad de nitrógeno en 8 muestras diferentes de harina. La digestión de cada una de las muestras se realiza con dos métodos diferentes obteniéndose

	Muestra de harina							
	1	2	3	4	5	6	7	8
Método 1	2.0	1.4	2.3	1.2	2.1	1.5	2.4	2.0
Método 2	1.8	1.5	2.5	1.0	2.0	1.3	2.3	2.1

Halla un intervalo para la diferencia de medias. Especifica las hipótesis utilizadas para obtenerlo.

4.7 Antes de encargar un gran lote de pilas alcalinas a una nueva fábrica, se desea tener una estimación de la proporción de pilas defectuosas que podemos esperar. Se prueban 300 pilas, y se encuentran 42 defectuosas.

- Plantea el modelo adecuado y estima, con un nivel de confianza del 90 %, la proporción de pilas defectuosas.
- Si se quiere obtener una estimación (con el mismo nivel de confianza) cuyo error sea inferior a 0.01, ¿cuántas pilas habría que probar?

4.8 Según un ensayo fiable, el contenido de ATP (trifosfato de adenosina) de un cierto tipo de célula es $111 \mu\text{mol}/100\text{mL}$. Al diseñar un nuevo ensayo se obtuvieron los siguientes valores en análisis replicados:

117 119 111 115 120 $\mu\text{mol}/100 \text{ mL}$ (promedio = 116.4).

¿Se puede tener una confianza del 95 % de que ese resultado difiere del valor ((conocido))? Especifica las hipótesis que se emplean en la resolución del problema. [Harris, D. C., *Análisis químico cuantitativo*, 2006.]

4.9 Mediante espectroscopia del infrarrojo cercano (NIR) se determinó la cantidad de hormona esteroide contenida en 10 comprimidos fabricados para la calibración de un aparato. El contenido de hormona esteroide en cada comprimido era 5 mg. Los valores observados con el aparato fueron

4.96 4.91 4.90 4.95 5.03 4.98 5.13 5.07 5.00 5.05

[Broad *et al.*, *Analyst*, 2001.]

Construye un intervalo de confianza para la cantidad esperada de hormona esteroide en un comprimido. ¿Está bien calibrado el espectrofotómetro?

5.1 Durante una reacción de polimerización, se mide periódicamente la viscosidad en el vertido del reactor para determinar el progreso de la reacción. Se toman en total 6 medidas, con promedio 106.4 cSt y cuasi-varianza 1.9 cSt². Si la varianza poblacional excede 0.8 cSt², se repiten las medidas para conseguir una mayor precisión. A nivel de significación 0.05, ¿podemos concluir que la varianza es superior al citado límite?

5.2 En el Hospital Milton (Massachusetts, EEUU) se seleccionaron al azar 10 pacientes a cada uno de los cuales se le extrajeron dos tubos PST (Plasma Separator Tube), de 5 ml cada uno, de sangre. Un primer tubo se centrifugó en un StatSpin Express 2 utilizando un ciclo de 2 minutos. Simultáneamente se centrifugó el segundo tubo en un Beckman-Coulter Spinchron D durante 10 minutos a 3000 rpm. Posteriormente, en ambos tubos, se determinaron los niveles de la enzima lactato deshidrogenasa (LDH), obteniéndose los siguientes resultados:

Paciente	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Tubo 1 (<i>X</i>)	129	126	143	137	257	128	170	141	127	106
Tubo 2 (<i>Y</i>)	133	131	147	150	265	136	182	146	132	109

[McKeon, M.; Chemistry comparison study between StatSpin Express 2 and the Beckman-Coulter Spinchron D centrifuge. StatSpin, Inc. (2002)]

A nivel de significación 0.05, ¿hay diferencia entre los niveles medios de LDH medidos con ambos aparatos?, ¿y a nivel 0.01? ¿Qué puedes decir acerca del *p*-valor del contraste? Especifica los requisitos previos necesarios para garantizar la validez del procedimiento empleado.

5.3 La siguiente tabla proporciona la concentración observada de tiol (mM) en el lisado sanguíneo de dos grupos de voluntarios, siendo el primer grupo “normal” y padeciendo el segundo grupo de artritis reumatoide.

Normal	1.84	1.92	1.94	1.92	1.85	1.91	2.07
Artritis	2.81	4.06	3.62	3.27	3.27	3.76	

[Banford *et al.*, *Analyst*, 1983]

¿Se puede considerar que la concentración media de tiol es igual en ambos grupos?

5.4 Se investiga un terreno para determinar la concentración de plomo presente en el suelo. Se envían diez muestras del suelo a analizar al laboratorio. Los resultados se muestran a continuación:

Muestra	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Plomo (mg/kg)	521	531	508	503	512	528	516	503	526	490

La concentración de plomo en el suelo no puede exceder de 500 mg/kg. A nivel de significación 0.05, ¿hay evidencia muestral suficiente para afirmar que la concentración de plomo en el suelo del terreno excede este límite?

5.5 En un método nuevo para determinar selenourea en agua se obtuvieron los siguientes valores para muestras de agua del grifo adicionadas con 50 ng ml⁻¹ de selenourea

50.4	50.7	49.1	49.0	51.1	ng ml ⁻¹
------	------	------	------	------	---------------------

[Aller y Robles, *Analyst*, 1998]

¿Hay alguna evidencia de error sistemático?

5.6 Los contaminantes provenientes de aguas residuales y vertidos industriales pueden reducir la concentración de oxígeno disuelto en el agua y tener efectos adversos en las especies acuáticas. Se obtienen medidas de la concentración (en ppm) de O₂ en varias localizaciones de un río:

Si la concentración de O_2 en el agua tiene distribución Normal de media μ y desviación típica σ .

- Calcula un intervalo de confianza del 95 % para μ .
- Calcula un intervalo de confianza del 90 % para σ^2 .
- Algunos científicos piensan que 5.0 ppm es una concentración de O_2 disuelto en la que apenas pueden vivir los peces. En base a la muestra observada, al nivel de significación 0.05, determina si hay suficiente evidencia de que la concentración media de oxígeno disuelto es menor que 5.0 ppm.

- 5.7** Unos investigadores colocaron 12 detectores de radón en una cámara en la que se les expuso a 105 picocurios por litro (pCi/l) de radón durante 3 días seguidos. Éstas son las medidas proporcionadas por dichos detectores:

91.9 97.8 111.4 122.3 105.4 95.0 103.8 99.6 96.6 119.3 104.8 101.7.

A nivel de significación $\alpha = 0.05$, ¿hay suficiente evidencia estadística de que la lectura esperada de un detector de radón difiere del verdadero valor de 105? Indica los requisitos previos necesarios para poder llevar a cabo el contraste.

- 5.8** Una compañía farmacéutica afirma que cierto medicamento elimina el dolor de cabeza en un cuarto de hora en el 90 % de los casos. Tomada una muestra de 200 pacientes a los que se les administró el medicamento, se observó, tras quince minutos, la desaparición del dolor en 170 de ellos. Contrasta la hipótesis de la compañía.

- 5.9** Se toma una muestra de aceites de oliva de la costa de Cerdeña (X) y otra muestra del interior de dicha isla (Y). En cada uno de los aceites escogidos se observa la variable ((100 · porcentaje de ácido graso eicosanoico en la fracción lipídica)). Los tamaños, medias y cuasivarianzas muestrales de los aceites de la costa y del interior son respectivamente: $n_1 = 33$, $n_2 = 65$, $\bar{x} = 1.88$, $\bar{y} = 1.97$, $s_1^2 = 0.5473$ y $s_2^2 = 0.5615$. [Librería `classifly` del programa estadístico R]

- Al nivel de significación $\alpha = 0.1$, ¿puede aceptarse que las varianzas del ácido eicosanoico en las dos regiones son iguales? Especifica las hipótesis previas necesarias para garantizar la validez del procedimiento empleado.
- A nivel de significación $\alpha = 0.05$, ¿se pueden considerar iguales las concentraciones esperadas de ácido eicosanoico en las dos regiones? Especifica las hipótesis previas necesarias para garantizar la validez del procedimiento empleado.
- Explica qué es el p -valor de un contraste de hipótesis y, más concretamente, qué significa que el p -valor del contraste del apartado anterior sea igual a 0.571.
- ¿Hay suficiente evidencia muestral para afirmar que la concentración esperada de ácido eicosanoico en el aceite del interior de Cerdeña es superior a aquélla del de la Costa? ¿Qué puedes decir del p -valor del contraste?

- 5.10** La Comunidad Autónoma de Madrid (cam) está interesada en averiguar si el índice de absentismo laboral es mayor en dicha comunidad que en la Unión Europea (ue), donde se sitúa en el 11 %. Con este propósito, seleccionó al azar una muestra de 200 trabajadores, la cual proporcionó un porcentaje de absentismo del 16 %. ¿Se puede sacar la conclusión de que el absentismo es mayor en la cam que en la ue, al nivel de significación $\alpha = 0.025$?

- 5.11** Se usan dos métodos analíticos para determinar el cloro residual en efluentes de aguas residuales. Se extraen ocho muestras (en sentido químico) de sitios diferentes, y con tiempos de contacto diferentes

con el efluente. La concentración de Cl (en mg/L) de cada muestra se determina con ambos métodos obteniéndose los siguientes resultados:

Muestra	Método A	Método B
1	0.39	0.36
2	0.84	1.35
3	1.76	2.56
4	3.35	3.92
5	4.69	5.35
6	7.70	8.33
7	10.52	10.70
8	10.92	10.91

Determina si hay diferencias entre la concentración media determinada con uno y otro método. ¿Qué hipótesis se utilizan? ¿Depende la conclusión de que se utilicen los niveles de significación $\alpha = 0.01$, $\alpha = 0.05$ y $\alpha = 0.1$?

5.12 Cuatro analistas emprenden diversas determinaciones de mercurio en una misma muestra analítica. Los resultados se muestran en ppb de Hg en la tabla siguiente:

Analista 1	Analista 2	Analista 3	Analista 4
10.24	10.14	10.19	10.19
10.26	10.12	10.11	10.15
10.29	10.04	10.15	10.16
10.23	10.07	10.12	10.10

Indica si, a nivel de significación 0.05, difieren los analistas.