

## Las Cartas de Angélica

por

**Antonio López López**

Cuando los padres de Alejandro, le comunicaron que ese verano pasaría las vacaciones en casa del tío paterno, el joven sintió una secreta alegría. Allá en la pequeña población, vivía el hermano de su padre y su esposa con sus dos hijos y su hija Angélica. Alejandro amaba en secreto a su prima, por lo que pensar en convivir bajo el mismo techo con ella, le producía profunda impaciencia y no poca agitación.

Al fin podría olvidarse del pesado año escolar, y en especial de la tediosa asignatura de matemáticas, en la cual había sido particularmente insoportable una parte llamada combinatoria. No había entendido absolutamente nada. Le parecía arte de magia el que se pudiese saber, a partir de un colectivo inicial, cuantos grupos de elementos suyos, que cumpliesen una cierta propiedad, se podían formar. Además la confusión llegaba al límite cuando había que distinguir los casos en que importaba el orden de los elementos en cada grupo, y en los que no.

¿Qué le importaba a él los grupos y el orden de los mismos? —Menos mal que su imponente memoria le había ayudado a retener fórmulas que, aplicadas a ciegas el día del examen, le habían sacado del apuro.

Angélica era un par de años mayor que Alejandro, trabajaba de traductora de francés para una editorial, y vivía en total ignorancia de los sentimientos que inspiraba a su primo. Le trataba con gran cordialidad, pero sin dar posibilidad alguna a que la timidez de Alejandro dejase salir su verdadero sentimiento.

El joven se limitaba a seguir con la mirada cualquier movimiento de su prima. Trataba de imaginar en cada uno de los gestos o cada una de las palabras de ella, algún mensaje esperanzador. Pero a decir verdad nada respondía a sus deseos. La correcta indiferencia de Angélica, le hizo pensar a Alejandro que era debida a que su prima había dirigido sus amores en otra dirección. Esa seguridad le provocaba agudo dolor.

Un día, durante la comida, se habló de un viaje de un par de semanas que Angélica debía hacer. Aquella noticia casi termina con el muchacho. A duras penas disimuló su turbación y angustia manifestada en un casi atragantamiento. Para Alejandro no había dudas: ¡su prima iba a reunirse con un amante! Apenas si vivió los días previos a la partida. Cuando una mañana esta se produjo, el joven dibujo una sonrisa amarga como despedida. No pudo articular palabra alguna.

Por la tarde, el resto de la familia salió a determinados asuntos, quedando Alejandro solo en la casa. En un momento dado llamaron a la puerta. Al abrir, nuestro heroe se encontró con otro mozo que le dijo alegremente:

“Hola, vengo a entregar estas cartas a la señorita Angélica. Ella ya sabe de que va el asunto. Adios”.

No había duda, ¡aquellas eran cartas de amor procedentes de la pluma de su rival! Los celos y la rabia consumían el corazón del enamorado solitario. Claro que no era lógico que llegaran cartas del amante, justo cuando había ido a reunirse con él.

“Se que es una villanía” –se dijo a sí mismo– “pero tengo que leer estas cartas. No soporto la incertidumbre”.

Alejandro se fijó bien en la forma inicial del paquete, para luego dejarlo tal cual venía. Con sumo cuidado y habilidad lo desató. Era un fajo de varias cartas. Los sobres estaban numerados, y... ¡oh bendición, estaban abiertos!

Con el corazón empujando violentamente sobre su pecho, sacó la primera.

De inmediato vio que estaba escrita en francés. Él conocía bastante bien esta lengua, a pesar de lo cual cogió del cuarto de su prima un buen diccionario. Empezó a leer, y nada más hacerlo sus ojos se abrieron al máximo como quien ve un fantasma. La carta empezaba, como era habitual, con la denominación del origen y fecha de escritura: “París, 28 de Octubre de 1654”. Sí, había leído bien, ¡ponía 1654! Lleno de curiosidad empezó a leer. Y esto es lo que encontró una vez traducido.

---

París, 28 de Octubre 1654

Muy respetado Sr. Pedro Fermat:

Grande será mi gozo, si puedo saber del buen estado que Dios Nuestro Señor quiera derramar sobre Vuestra Merced. Aquí, en París los rigores del otoño suministran duras providencias a mi quebrantada salud. Los dolores de muelas son cada vez más agudos, y las digestiones a mis frugales colaciones, se convierten en todo un proceso de padecimiento. Pero todo lo llevo bien, en el pensamiento de que esta es una forma en que Dios Nuestro Señor desea fortalecer mi preparación para el añorado momento de mi fusión en un todo con Él.

Vereis el motivo de esta carta. Hace algún tiempo un conocido llamado Antonine Gambaud, (hoy caballero De Meré), con quien en los años de mocedad compartí lances y aventuras, vino a verme para referirme un singular acontecimiento del que fue testigo presencial.

Como bien sabeis, nuestro bien amado Rey ha dispuesto prohibir el juego en el que se apueste dinero como premio para el vencedor. Sin embargo, la vil condición humana, hace que estos menesteres no despierten interés si no existe, precisamente, una buena bolsa de por medio.

Se encontraba De Meré en una salón de determinada señora parisina, (Madama M.), en el que se estaba dirimiendo un cierto juego de cartas entre dos afamados caballeros, tan diestros en el manejo de la espada como del naipe y el dado. El resultado final era tan incierto que los espectadores ahogaban su emoción subiendo sus apuestas. Sobre la mesa había una suma muy elevada. Fue el caso que por la sala se extendió el rumor de que había sido avistada una patrulla de corchetes del cardenal en las inmediaciones del palacete de Madama M.

Según me siguió contando De Meré, con gran celeridad se dispuso la recogida de todo aquello que pudiese delatar la actividad de la ilícita timba. Madama M. se ofreció en tesorera de la bolsa de las apuestas hasta que en fecha posterior se reanudase el encuentro. Mas uno de los jugadores era forastero, y debía partir de París sin tardanza al despuntar el alba. No sabiendo cuando le sería posible regresar, pidió su parte del dinero apostado. Pero... ¿cuál era esa parte?

De Meré asistió a una rápida pero apasionada discusión. El jugador que se marchaba argumentó que su posición en el juego era mejor que la de su rival, en el sentido de que en las diversas repeticiones que se habían hecho del mismo, él había ganado mas. Por lo tanto debía llevarse la mayor parte del dinero, aunque no supo fijar la cuantía precisa.

Su rival, si bien reconocía que había perdido alguna prueba más, argumentó que el juego completo estaba acordado a un número tal de partidas que, si estas se disputasen completas, él todavía podía ser ganador absoluto, con lo que el montante total sería suyo. Por lo tanto se oponía a tipo alguno de reparto. La disputa parece que fue alcanzando niveles de gran tensión. Afortunadamente, antes de que hablasen las espadas, De Meré propuso una tregua hasta que él consultase a quien iba a resolver la cuestión. Mi amigo pensaba en mí. Así fue como M. Gambaud me trasladó la pregunta: ¿Hay alguna forma de medir lo que está por venir?

Yo, querido P. Fermat, me he ocupado en pensar sobre ello. Y, tengo que reconocer, que absorto en tales pensamientos no he notado el dolor de muelas.

¿Cómo medir lo que aún no ha ocurrido? Al principio todo era oscuridad. Al fin, cuando una noche cruzaba el puente de Neully, pensé en simplificar así el problema.

Imaginé un proceso que pueda repetirse tantas veces como se desee. Tal proceso puede tener varios resultados posibles, (por ejemplo al arrojar un dado puede obtenerse cualquiera de las seis puntuaciones). Antes de cada lanzamiento no se puede tener idea sobre el resultado que va a obtenerse. Me fijé un resultado concreto elegido arbitrariamente. Decidí fijarme en el hecho de obtener un tres. A continuación empecé a tirar el dado más y más veces, anotando siempre el resultado obtenido. Ahora tengo ante mi una enorme lista de papel con las puntuaciones. Me pregunto cómo será la mejor forma de usarlas para tratar de predecir qué número obtendré en la próxima tirada. En verdad nada tengo claro por el momento.

Deseo, si Vos así lo permitis, consultar con vuestra merced sobre este negocio del pensamiento que domina mi inquietud.

Sabed que os tengo presente en mis oraciones, y que holgaré mucho al recibir vuestra respuesta.

Siempre vuestro devoto servidor,

Blas Pascal.

---

Cuando Alejandro terminó de leer la carta, se dio cuenta de que le había invadido una extraña, pero agradable, sensación de inquietud. Era como si se la hubiese traspasado el tal Blas Pascal. Sí, recordaba haber oído ese nombre en alguna clase de filosofía, pero poco más sabía de él. Sin embargo, sí que tenía presente las veces en que había jugado a las cartas, o a los dados, o a cualquier otro juego de azar con sus compañeros del liceo entre unas aburridas clases y otras.

Para él, entonces, aquello era cuestión de un factor de habilidad y retención memorística a nivel personal, y de otro que simplemente era suerte. Nunca se le había ocurrido pensar en la posibilidad de que la suerte pudiese ser objeto de una medida, (que en cierto modo la controlaría), como el peso o la estatura de una persona. En un principio le rondó el interés de saber más de este asunto debido a la posibilidad de su aplicación material; así podría ganar en sus timbas con los amigos. Pero en el fondo, notaba que dominaba la curiosidad en sí por saber cómo se resolvería este asunto tan extraño.

Los padres de Angélica habían regresado. Con sumo cuidado, Alejandro rehizo el paquete y acudió a la cena. A pesar de los diversos comentarios de todo tipo que en ella se hicieron, de su cabeza no desaparecía la pregunta, ¿se puede medir el azar?

Esa noche se retiró a descansar temprano. Dijo que al día siguiente quería madrugar para estudiar unos asuntos pendientes del curso pasado.

Su sueño fue agitado. Se vio transportado al siglo XVII. Estaba en una sala adornada ricamente, pero a la que las velas encendidas por doquier dotaban de un ambiente sofocante. Se vio vestido extrañamente. Había mujeres con vestimenta provocativa. Se respiraba una extraña mezcla de sudor humano y perfumes fuertes. Sobre una mesa había restos de comida, dinero, cartas y unos pliegos. Se comía y se bebía con descuido. Se hablaba gritando. Luego fuertes risotadas. El ambiente estaba impregnado de fuerte relajo y sensualidad. Al instante todo se convirtió en un auténtico torbellino de gritos. Vio que algunos hombres empuñaban espadas. El mismo blandía la suya. Todo era confusión.

Un fuerte campanillazo le despertó con brusquedad. Sin dudarlo, Alejandro saltó de la cama. Su primer pensamiento fue dirigido hacia las cartas de Angélica. A buen seguro la segunda de ellas contendría la respuesta de aquel señor llamado Pedro Fermat. Tras los aseos elementales y un precipitado desayuno, el joven retomó el manojito de cartas y separó la segunda. Decía así:

---

Toulouse, 13 de Diciembre 1654

Apreciado y añorado amigo Blas Pascal:

Mucho he holgado de vuestra carta. Yo también os tengo presente en mis encomiendas a Dios Nuestro Señor. Le pido que conduzca vuestra salud para que esta quede alejada del sufrimiento.

Como bien conoceis, las labores de servicio de nuestro amado Rey me mantienen en este despacho, en donde, gracias al buen hacer de Su Majestad, los días transcurren plácidamente. Ello me otorga el suficiente tiempo libre como para permitirme pensar en la bella cuestión que ocupa vuestro entendimiento, y ahora ya el mío.

Es muy brillante en verdad, vuestra idea de anotar los resultados de un lance que se repite un gran número de veces. De provecho será comparar las veces en que se ha obtenido el resultado favorable elegido, con el número de repeticiones hechas. De momento, aunque aún no lo he reflexionado bastante, yo calcularía la frecuencia de éxitos en el sentido de determinar el cociente de los éxitos obtenidos entre el total de repeticiones.

A modo de prueba he tomado una baraja de 52 cartas en las que hay 4 ases, y he elegido como hecho favorable el extraer uno cualquiera de los ases. Primero mezclaba bien las cartas y luego hacía la extracción. Anotaba el resultado y volvía a barajar por completo haciendo luego la nueva retirada de la carta. Como aquí dispongo de algunos mancebos a mi servicio, cuando yo estaba cansado ellos continuaban la labor. Así hemos estado no pocos días. Hemos hecho ya 2000 pruebas, y tenemos contados 110 casos en que ha aparecido uno cualquiera de los ases. Por lo tanto la frecuencia de éxito nos va quedando  $110/2000 = 0,055$ .

A pesar de todo, una indefinida intuición me dice que 2000 pruebas son todavía muy pocas.

Es tan singular la cuestión que seguiré con la investigación de esa frecuencia de éxitos. Incluso buscaré otras experiencias. Se me ocurre depositar en una bolsa diversos objetos distinguidos, señalar un grupo de ellos como “de

éxito”, remover bien la bolsa, extraer sin mirar uno y anotar si es o no del grupo distinguido.

De todo ello seguiremos comunicandonos nuestra mutua experiencia. Entre tanto elevo mis súplicas al Creador para que os conserve mucho tiempo entre nosotros, para los cuales vuestra persona es luz del alma.

Vuestro devoto servidor

Pedro Fermat

---

La lectura de esta carta le trajo a Alejandro vivos deseos de efectuar él mismo esas repeticiones de pruebas de las que hablaron dos hombres tres siglos atrás. Quería ir viendo por sí mismo el discurrir de los acontecimientos, y compararlo con lo sucedido tan atrás en el tiempo.

Sin embargo su impaciencia se había desatado, y ya era un fenómeno incontrolado. Tenía que seguir leyendo.

Para no hacerte muy largo este relato, querida lectora o lector, permite que te resuma lo que Alejandro fue obteniendo de las cartas de Angélica.

Supo que Pascal y Fermat acordaron efectuar, con ayuda de sirvientes, muchas repeticiones de cada experimento. Convinieron en estudiar la frecuencia de éxitos, y observaron algo fantástico: Primero se acordó bien el experimento a realizar, y dentro de él, el resultado que se consideraba “de éxito”. Entonces, a medida que aumentaba el número de repeticiones, la frecuencia de éxitos se iba estabilizando hacia una cantidad fija. O sea la aludida frecuencia tendía a hacerse constante.

Naturalmente, cuando se cambiaba el experimento y el suceso de éxito, también cambiaba en general ese valor de estabilización.

En una de las respuestas de Fermat leyó Alejandro algo que le conmovió profundamente. Los dos hombres del siglo XVII habían observado que ese valor constante hacia el que se estabilizaba la frecuencia de éxitos era prácticamente el mismo que el que se obtenía si, antes de hacer ninguna prueba, se dividía el número de elementos que componían el grupo que había sido señalado como de éxito, entre el número total de posibilidades.

Así en el caso de la baraja expuesto por Fermat en su primera carta, la frecuencia de éxitos se hacía prácticamente igual a  $4/52 = 0,076$ .

En cartas sucesivas, ambos hombres daban este hecho como una verdad empírica, por lo que concluían que ante la realización de cualquier prueba de azar, habría que saber contar primero cuantos son los casos que nos van a resultar favorables, y cuantos los que son posibles en su totalidad. El cociente del primer número entre el segundo daría la “esperanza del éxito”. Ambos

convinieron que si tal cociente es mayor que 0,5 el lance será bueno y merece la pena arriesgar sobre él. Y es mas bueno cuanto mas cerca esté de 1.

De pronto Alejandro vio claro porqué puede ser importante saber contar cuantos grupos de elementos, (que cumplen una cierta propiedad que define nuestro éxito), se pueden formar a partir de un conjunto dado. Esto le recordó las odiadas cuestiones de combinatoria. Pero ahora al ser vistas desde este nuevo conocimiento, ya le empezaban a parecer interesantes. ¡Claro!, ahora recordaba aquella definición seca y fría que había oído, (casi entre sueños), decir en clase. La probabilidad de que un suceso ocurra es el cociente del número de casos favorables entre el número de casos posibles. ¡Cómo podía cambiar la consideración y el sentimiento de algo, la perspectiva desde la que fuese enfocado!

Alejandro deseaba volver a su casa para retomar su ya no tan odiado libro de matemáticas, y estudiar la combinatoria. El mismo quería seguir los pasos de aquellos dos hombres del pasado, y repetir los experimentos correspondientes a cada uno de los muchos ejercicios que tanto le habían hecho padecer durante el curso. Ahora todo era diferente, ¡claro que sí! Recordaba que en el examen había copiado de mala manera la solución a un problema propuesto:

“En una bolsa hay nueve bolas. Una tiene escrito el número 1, otra el 2, y así hasta la última que tiene el 9. Se agita la bolsa, y sin mirar se extraen dos bolas para formar un número de dos cifras. La bola extraída con la mano izquierda se coloca en la posición de las decenas, y la sacada con la derecha en la de las unidades. ¿Cuál es la probabilidad de que el número así formado sea múltiplo de 5?”.

Ahora era muy diferente preguntarse: ¿Cuántos casos posibles hay? ¡Claro que es lógico considerar el orden como muy importante! El número 23 es un caso posible, pero del todo diferente al también caso posible 32. Ahora sí veía útil aquello de las variaciones sin repetición. En este caso el número de números que podían formarse está dado por el de las variaciones sin repetición de 9 elementos distintos al ser tomados de 2 en 2. Por lo tanto en total  $9 \cdot 8 = 72$ .

Los casos favorables, Alejandro los obtuvo directamente, solo podían ser aquellos números que acabasen en 5. Por lo tanto eran 15, 25, 35, 45, 65, 75, 85 y 95. En total 8. Por lo tanto la probabilidad pedida era igual a  $8/72 = 1/9$  aproximadamente igual a 0,111 y desde luego menor que 0,5. Por lo tanto no era conveniente apostar nada por este hecho en un posible juego.

Alejandro pasó el resto de sus vacaciones efectuando una y otra vez repeticiones del experimento anterior de la bolsa. Iba anotando cuidadosamente los resultados para ir determinando en cada caso las frecuencias de éxito y comprobar cómo se acercaban a la probabilidad obtenida. Pensaba en volver pronto a casa y retomar sus libros y cuadernos para dar vida a lo que hasta ahora había sido para él solo letra muerta.

Cuando ya se acababa su estancia en casa de sus tios regresó Angélica, Alejandro le entregó el paquete de cartas, (supuestamente intacto), del que se

había hecho depositario. Ardía en deseos de decirle la belleza de lo que iba a traducir. Mas, obviamente no podía descubrirse. No obstante trató de mostrar interés en ayudar a prima en su futuro trabajo, pues, –según le dijo Alejandro– “Seguro que será un asunto muy interesante”.

La respuesta de su prima le dejó profundamente decepcionado “Yo me gano la vida traduciendo del francés” –le dijo– “pero no me importa lo que diga el texto. A mi me da lo mismo”.

Entonces Alejandro cayó en la cuenta de que en todo ese tiempo no se había acordado para nada de su prima Angélica. Su nombre lo tenía asociado a esas cartas extraordinarias que tanto habían cambiado algo en él. A decir verdad, ahora quería volver de inmediato a casa para decir a todos sus amigos que ya sabía lo que era la probabilidad. Para explicarles su experiencia maravillosa. En el fondo, descubriría que le importaba muy poco a donde y con quien hubiese ido su prima. El había descubierto la probabilidad.

Cuando regresaba en el tren iba deseando encontrar alguna excusa para contar a todos los demás viajeros del vagón el concepto de probabilidad. En cierto sentido se consideraba una persona superior, pues tenía en sus manos la posibilidad de controlar el mundo del azar. Aquel mundo de lo imprevisible que a la mayoría del resto de mortales les parecía que solo Dios podía conocer.

¡Ah, que fácil resultaba todo! Casos favorables entre casos posibles. Y para contar el número de ellos estaba la combinatoria. Además siempre se podía recurrir al camino experimental. Repetir una y otra vez el experimento, e ir anotando las frecuencias de éxito. Sí; bastaba repetir la experiencia y contar.

De pronto en su cabeza estalló un chasquido que, como un rayo abrasador, le recorrió todo el cuerpo. Una duda terrible acababa de aparecer destrozando su alegría. Cuando tuviese que determinar la probabilidad de un determinado fenómeno solo había siempre dos casos posibles, a saber, que se de el fenómeno o que no se de. Y naturalmente siempre hay un solo caso favorable, que consiste en que sí se de. Por lo tanto la probabilidad de cualquier suceso siempre es  $1/2 = 0,5$ . Además, eso de repetir las experiencias y contar... ¿podía hacerse siempre? Por ejemplo, ¿cómo calcular la probabilidad de que su prima Angélica le amase? ¡Habría que vivir y morir muchas veces y contar en cuantas vidas le amó y en cuantas no! Si uno se pregunta por la probabilidad de que llueva mañana, no da lo mismo que la pregunta se haga en verano o en invierno. Ni tampoco que se haga en un país u otro. ¿Y si preguntamos por la probabilidad de que haya vida fuera de la Tierra? ¿Cómo se repite la experiencia para contar?

¡Horror! ¡Se le hundía a Alejandro todo su tesoro recién descubierto! Mas no era posible que todo lo que había leído fuesen elucubraciones de dos locos. A él le sonaba que esos personajes, Pascal y Fermat, eran muy importantes. Tan pronto llegó a su casa buscó en sus libros, pero estos no traían ninguna pista. No exento de angustia rebuscó en su memoria quien conocía que fuese una autoridad en matemáticas. Habló con el compañero de clase que era el más destacado. Este reconoció que tampoco sabía que responder. Pero, com-

partiendo la inquietud de Alejandro, le propuso visitar a un anciano amigo de su familia que era un matemático muy devoto del estudio y la docencia.

Convenida la entrevista, este hombre respondió así a las dudas de los jóvenes:

“Lo que habeis aprendido es, en efecto, el concepto de probabilidad solo en una situación muy particular, que es la que responde a los fenómenos que pueden ser repetidos ilimitadamente, y en igualdad de condiciones. Era lógico que, por muy brillantes que fuesen sus cabezas, Pascal y Fermat empezasen por esos casos más sencillos. Pero, en efecto ellos trataron esta situación particular. Al tratar la cuestión en general, y querer fundar una teoría completa, hay que usar nuevas herramientas matemáticas que previamente tuvieron que crearse. Ahora es pronto para que podais estudiarlas, pero tampoco falta mucho para que algún día os hablen de Teoría de Conjuntos, y de Funciones de Conjunto, y de Algebras de Borel, y de Espacio de sucesos elementales, etc.

Cuando oigais estos nombres, estad atentos, que no os aburra su contenido pues ahí empieza la respuesta a vuestra pregunta. Muchos hombres trabajaron duro en este proceso de creación. Oireis nombres como Bernoulli, Gauss, Chevisóv, Jínchin, Gnediénko, Cramer, Kolmogorov, y otros. Ellos continuaron la inmensa obra que empezaron Pascal y Fermat”.

¿Y a ti, de donde te ha venido esta inquietud? –preguntó el anciano a Alejandro.

De las cartas de Angélica –fue la respuesta.