Martes 14 de febrero de 2006.

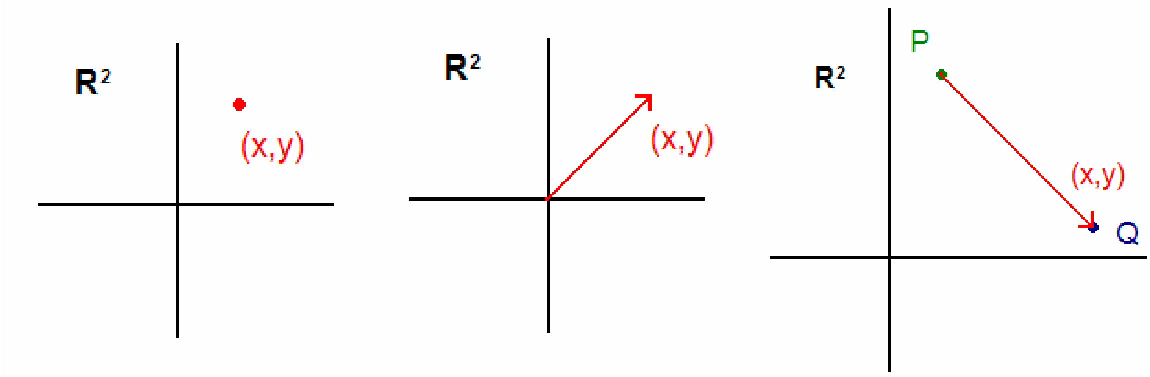
(Resumen preparado por: David Hernández)

GEOMETRÍA DE R^n (R^2 ó R^3)

Definición de vector unidimensional, bidimensional, tridimensional y, en general, n-dimensional: $x=(x_1,x_2,\ldots,x_n)$.

REPRESENTACIONES GEOMÉTRICAS DE R^n

Punto de un espacio de n dimensiones
Vector de un espacio de n dimensiones
Vector libre



ESPACIO VECTORIAL R^n

R^n forma un espacio vectorial: suma de vectores y producto de vectores por escalares. Propiedades de estas dos operaciones.

PRODUCTO ESCALAR

Para todo x e y vectores pertenecientes a R^n se define:

$$x \cdot y = x_1 \cdot y_1 + x_2 \cdot y_2 + \ldots + x_n \cdot y_n$$

Propiedades del producto escalar.

LONGITUD DE UN VECTOR

La longitud del vector x se denota por $||x||$.

$$||x||^2 = x \cdot x$$

DESIGUALDAD DE CAUCHY – SCHWARTZ

Para todo x e y vectores pertenecientes a R^n se cumple que:

$$|x \cdot y| \leq ||x|| \cdot ||y||$$

Y además solo existe igualdad si y sólo si $y = \lambda x$ (es decir, si x e y son linealmente dependientes)

ÁNGULO EN R^n

A partir de la desigualdad anterior se puede concluir que

$$-1 \leq (x \cdot y)/(||x|| \cdot ||y||) \leq 1$$

y de aquí, si definimos θ como el ángulo entre x e y que va de 0 a π

$$\cos \theta = (x \cdot y)/(||x|| \cdot ||y||)$$

TEOREMA DEL COSENO

$x, y \in R^n$ **:** $||y - x||^2 = ||x||^2 + ||y||^2 - 2 \cdot ||x|| \cdot ||y|| \cdot \cos \theta$

Corolario:

$||y + x||^2 = ||x||^2 + ||y||^2 + 2 \cdot ||x|| \cdot ||y|| \cdot \cos \theta$

Corolario 2 (Teorema de Pitágoras):

Si $\theta = \pi/2$ $\quad ||y + x||^2 = ||x||^2 + ||y||^2$

Corolario 3 (Ley del paralelogramo):

$||y + x||^2 + ||y - x||^2 = 2 \cdot ||x||^2 + 2 \cdot ||y||^2$