1.- Hallar el polinomio de Taylor de orden 2 centrado en $(0,0)$ de las siguientes funciones:

(a) $f(x,y) = x\,e^{x+y}$. (b) $f(x,y) = \operatorname{sen} x\,y + \cos x\,y$. (c) $f(x,y) = e^{x^2+y^2}$.

2.- Hallar los puntos críticos de las siguientes funciones:

(a) $f(x,y) = (x+y)^2$. (b) $f(x,y) = x\,y\,e^{x-y}$.

(c) $f(x,y) = \log(2 + \operatorname{sen} x\,y)$. (d) $f(x,y) = x\log(x^2+y^2)$.

3.- Hallar los puntos críticos y determinar cuáles son máximos locales, mínimos locales o puntos de silla:

(a) $f(x,y) = 3\,x - x^3 - 3\,x\,y^2$. (b) $f(x,y) = x\,y + \dfrac{2}{x} + \dfrac{4}{y}$.

(c) $f(x,y) = x\,y\,e^{-(3\,x+2\,y)}$. (d) $f(x,y) = \dfrac{x-1}{\sqrt{x^2+y^2+1}}$.

4.- Considérense el polinomio $f(x,y) = (y-3x^2)(y-x^2)$ y la función $g(t) = f(t, c\,t)$ de $t \in \mathbb{R}$. Demostrar que $(0,0)$ es un punto crítico degenerado para f y que aunque g tiene un mínimo en $t=0$, el punto $(0,0)$ no es un mínimo local de f.

5.- Escribir un número dado $a > 0$ como producto de cuatro factores positivos, cuya suma sea mínima.

6.- Calcular la distancia mínima entre los puntos de la gráfica de $f(x,y) = \dfrac{1}{4\,x\,y}$ y el punto $(0,0,0)$.

7.- Encontrar los puntos del disco cerrado $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \;:\; x^2+y^2 \leq 4\}$ en los que la función $f(x,y) = x^4 + y^4 - 4xy$ alcanza su máximo y su mínimo absolutos en D.

8.- Hallar los extremos de las siguientes funciones con las correspondientes restricciones:

(a) $f(x,y,z) = x + y - 2z$, $x^2+y^2+z^2 \leq 4$. (b) $f(x,y,z) = 4x - y - 2z$, $x^2 - y^2 = 3$, $x - 2z = 1$.

(c) $f(x,y) = x^2+y^2$, $2x^2+y^2 \leq 4$. (d) $f(x,y) = 4x^2+y^2-2x-y+3$, $4x^2+y^2 \leq 1$.

(e) $f(x,y) = x^2-3xy+y^2$, $x^2+y^2 \leq 2$. (f) $f(x,y) = x^2-y^2$, $x^2+y^2 \leq 1$.

9.- Queremos construir una caja de carton con volumen fijo V_0, hallar las dimensiones que minimizan la cantidad de cartón utilizada. ¿Que tipo de caja obtenemos?

10.- Hallar las dimensiones de una caja de cartón que tenga superficie fija S_0 y que tenga volumen máximo.

11.- Se quiere construir una lata metálica con forma cilíndrica con una capacidad de 1 litro. ¿Cuales son las dimensiones que minimizan la cantidad de metal empleada?

12.- Se quiere construir una lata metálica con forma cilíndrica, sin la tapa superior y con una capacidad de 1 litro. ¿Cuales son las dimensiones que minimizan la cantidad de metal empleada?

13.- Se dispone de 12 decímetros cuadrados de metal para fabricar una lata cilíndrica con las dos tapas. ¿Qué dimensiones maximizan el volumen de dicha lata?