

1.- Hallar el polinomio de Taylor de orden 2 centrado en $(0, 0)$ de las siguientes funciones:

$$(a) \quad f(x, y) = x e^{x+y}. \quad (b) \quad f(x, y) = \sin xy + \cos xy. \quad (c) \quad f(x, y) = e^{x^2+y^2}.$$

2.- Hallar los puntos críticos de las siguientes funciones:

$$(a) \quad f(x, y) = (x + y)^2. \quad (b) \quad f(x, y) = xy e^{x-y}. \\ (c) \quad f(x, y) = \log(2 + \sin xy). \quad (d) \quad f(x, y) = x \log(x^2 + y^2).$$

3.- Hallar los puntos críticos y determinar cuáles son máximos locales, mínimos locales o puntos de silla:

$$(a) \quad f(x, y) = 3x - x^3 - 3xy^2. \quad (b) \quad f(x, y) = xy + \frac{2}{x} + \frac{4}{y}. \\ (c) \quad f(x, y) = xy e^{-(3x+2y)}. \quad (d) \quad f(x, y) = \frac{x-1}{\sqrt{x^2+y^2+1}}.$$

4.- Considérense el polinomio $f(x, y) = (y-3x^2)(y-x^2)$ y la función $g(t) = f(t, ct)$ de $t \in \mathbb{R}$. Demostrar que $(0, 0)$ es un punto crítico degenerado para f y que aunque g tiene un mínimo en $t = 0$, el punto $(0, 0)$ no es un mínimo local de f .

5.- Escribir un número dado $a > 0$ como producto de cuatro factores positivos, cuya suma sea mínima.

6.- Calcular la distancia mínima entre los puntos de la gráfica de $f(x, y) = \frac{1}{4xy}$ y el punto $(0, 0, 0)$.

7.- Encontrar los valores máximo y mínimo (absolutos) de $f(x, y) = x^3 + 3xy$, en la región

$$\Omega = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1, x \leq y\}.$$

8.- Hallar los extremos de las siguientes funciones con las correspondientes restricciones:

$$(a) \quad f(x, y, z) = x + y - 2z, x^2 + y^2 + z^2 \leq 4. \quad (b) \quad f(x, y, z) = 4x - y - 2z, x^2 - y^2 = 3, x - 2z = 1. \\ (c) \quad f(x, y) = x^2 + y^2, 2x^2 + y^2 \leq 4. \quad (d) \quad f(x, y) = 4x^2 + y^2 - 2x - y + 3, 4x^2 + y^2 \leq 1. \\ (e) \quad f(x, y) = x^2 - 3xy + y^2, x^2 + y^2 \leq 2. \quad (f) \quad f(x, y) = x^2 - y^2, x^2 + y^2 \leq 1.$$

9.- Queremos construir una caja de cartón con volumen fijo V_0 , hallar las dimensiones que minimizan la cantidad de cartón utilizada. ¿Que tipo de caja obtenemos?

10.- Hallar las dimensiones de una caja de cartón que tenga superficie fija S_0 y que tenga volumen máximo.

11.- Se quiere construir una lata metálica con forma cilíndrica con una capacidad de 1 litro. ¿Cuales son las dimensiones que minimizan la cantidad de metal empleada?

12.- Se quiere construir una lata metálica con forma cilíndrica, sin la tapa superior y con una capacidad de 1 litro. ¿Cuales son las dimensiones que minimizan la cantidad de metal empleada?

13.- Se dispone de 12 decímetros cuadrados de metal para fabricar una lata cilíndrica con las dos tapas. ¿Qué dimensiones maximizan el volumen de dicha lata?