

Tesorería Global
Estructuración Global

¿ Qué pinta un equipo de matemáticos, físicos e ingenieros brillantes en un *banco* ?

Madrid, 27 Abril, 2005

Banco Santander Central Hispano S.A. advierte que esta presentación contiene manifestaciones sobre previsiones y estimaciones. Dichas previsiones y estimaciones están incluidas en diversos apartados de este documento e incluyen, entre otras, comentarios sobre el desarrollo de negocios futuros y rentabilidades futuras. Mientras estas previsiones y estimaciones representan nuestros juicios sobre expectativas futuras de negocios, puede que determinados riesgos, incertidumbres y otros factores relevantes ocasionen que los resultados sean materialmente diferentes a lo esperado. Entre estos factores se incluyen, (1) situación del mercado, factores macroeconómicos, directrices regulatorias y gubernamentales, (2) movimientos en los mercados bursátiles nacionales e internacionales, tipos de cambio y tipos de interés, (3) presiones competitivas, (4) desarrollos tecnológicos, (5) cambios en la posición financiera o de valor crediticio de nuestros clientes, deudores o contrapartes. Los factores de riesgo y otros factores fundamentales que hemos indicado podrían afectar adversamente a nuestro negocio y al comportamiento y resultados descritos y contenidos en nuestros informes pasados, o en los que presentaremos en el futuro, incluyendo aquéllos remitidos a las entidades reguladoras y supervisoras, incluida la Securities Exchange Commission de los Estados Unidos de América.

Nota.- la información contenida en esta publicación no está auditada. No obstante, la elaboración de las cuentas consolidadas se ha establecido sobre principios y criterios contables generalmente aceptados.

¿ Quiénes somos ?

- Somos el *equipo cuantitativo* de Banco Santander.
- Estamos sentados en *la sala de trading* de la tesorería.
- Escribimos modelos matemáticos en C++ (un idioma de programación).

Somos:

- 6 matemáticos
- 1 ingeniero de telecomunicaciones
- 3 ingenieros industriales
- 2 ingenieros informáticos
- 2 doctores en físicas
- + ...?



Introducción

El objetivo de los modelos matemáticos para derivados financieros no es predecir precios futuros sino establecer relaciones entre productos *líquidos* (swaps, bonos, activos) y productos *ilíquidos* (derivados)*

⇒ Tiene más que ver con probabilidad que con estadística.

Por ejemplo, una empresa tiene que comprar una cantidad de gasolina dentro de un año y quiere fijar el precio que va a pagar en un año, hoy. ¿ El *precio justo* sería el precio futuro esperado ?

⇒ ¡ NO ! Porque *sin ningún riesgo* yo podría comprar la gasolina hoy con un préstamo, almacenarla y entregarla dentro de un año: el *precio justo* sería cargar a la empresa mis gastos del coste del préstamo más el del almacenamiento, más una comisión.

¡ No depende del precio futuro si no del tipo del préstamo !

* Es una teoría de Relatividad de Mercados Financieros

Introducción (2)

Ahora la empresa quiere la *opción* de comprar la gasolina: si dentro de un año resulta más barata que el precio fijo (el *strike*) prefiere comprarla en el mercado.

- ⇒ No debo comprar toda la gasolina hoy porque es posible que la empresa la compre por su cuenta en cuyo caso tendría que vender la mía en el mercado a un precio no favorable. Tengo que hacer una *gestión dinámica (hedging)* de gasolina de tal manera que si el precio final está por encima del strike, tengo el 100% en el almacén y, si no, tengo el 0%. Mi estrategia será que **en cada momento quiero tener una proporción de gasolina igual a “la” probabilidad de que haya que tener el 100% al final.**
- ⇒ Cada vez que sube el precio de la gasolina será más probable que haya que tener el 100% al final y, por lo tanto, tengo que almacenar más. Cada vez que baja el precio, tengo que deshacerme de gasolina.
- ⇒ Así que tengo que comprar gasolina “cara” y venderla “barata”. Por lo tanto, la gestión dinámica que tengo que realizar siempre me cuesta dinero. Voy a cargar este coste a la empresa por el derecho de tener la opción: es la *prima* de la opción (parecida a la prima de un seguro).

Introducción (3)

La teoría de Black-Scholes formaliza esta idea y establece un precio por la prima y especifica la gestión dinámica.

⇒ Lo curioso es que la prima no depende del precio futuro esperado, sino del tipo del préstamo y de la *volatilidad* (la desviación estándar) del precio de gasolina.

Suponemos que el tipo de préstamo y los gastos de almacenamiento son 0

Sea S_t el precio de gasolina y Δ_t la proporción de gasolina en el almacén en tiempo t .

$$\begin{aligned} \text{Prima} &= \Delta_0 S_0 + \sum_{u=0}^{T-\delta t} (\Delta_u - \Delta_{u-\delta t}) S_u - \{K\}_{\text{si } S_T > K} \\ &= \sum_{u=0}^{T-\delta t} \Delta_u (S_{u+\delta t} - S_u) + \{S_T - K\}_{\text{si } S_T > K} \end{aligned}$$

porque queremos que $\Delta_T = \{1\}_{\text{si } S_T > K}$. Tomando esperanzas de ambos lados

$$\text{Prima} = \sum_{u=0}^{T-\delta t} \Delta_u E[S_{u+\delta t} - S_u] + E[\{S_T - K\}_{\text{si } S_T > K}]$$

Si tomamos las esperanzas con respecto a una medida E^* en que S_t sea martingala*, tenemos

$$\text{Prima} = E^*[\{S_T - K\}_{\text{si } S_T > K}]$$

* Algo que no tiende a subir ni a bajar

Introducción (4)

En el caso general, calculamos la esperanza con respecto a una medida de probabilidad en la cual el activo tiende a crecer al tipo de préstamo (+almacenamiento). ¡ De nuevo, el precio futuro esperado no entra en la ecuación ! Nos interesa el cálculo de esperanzas con respecto a distintas medidas de probabilidad.

⇒ Cálculo estocástico: el lema de Itô, el teorema de Girsanov, movimientos Brownianos, martingalas, etc.

La formula de Feynman-Kac establece un vínculo entre esperanzas y la solución de EDPs relacionadas. Nos dice cómo hacer la gestión dinámica:

$$\Rightarrow \Delta_t = \frac{\partial Prima_t}{\partial S_t}$$

Existen opciones *americanas* que se pueden ejercer el cualquier momento

⇒ Técnicas de programación dinámica (árboles, problemas de frontera libre, tiempo de parada óptimo)

Rapidez

Los modelos tienen que valorar muchas *posiciones* (=productos que hemos vendido) y calcular la gestión dinámica en términos de todos los activos de que dependen. Para que podamos reaccionar a los mercados a tiempo esos cálculos se tienen que hacer en *tiempo real*.

- ⇒ Muchas esperanzas que calcular y más derivadas parciales todavía
- ⇒ Con una determinada capacidad de cómputo, si los modelos son más rápidos, podemos cerrar más operaciones con clientes y cobrar más comisiones. **Más rápido = más pasta.**

Si aplicamos métodos numéricos para la solución de EDPs, hay que buscar técnicas de mejorar la convergencia

- ⇒ Reducción de dimensión, variables de control, extrapolación de Richardson, aproximaciones analíticas, etc.

Rapidez (2)

Si recuremos a simulaciones de *Monte Carlo* podemos utilizar “trucos matemáticos” para mejorar la exactitud a través de una *reducción de varianza*

- ⇒ Sucesiones de baja discrepancia, variables de control, cálculo de Malliavin, muestreo por importancia, puentes Brownianos, etc
- ⇒
$$\text{error} \propto \frac{\text{desviación estandar}}{\sqrt{\text{número de simulaciones}}}$$
- ⇒ Si conseguimos reducir la desviación estándar a la mitad, es como si el método fuera 4 veces más rápido porque para obtener el mismo error sólo hacen falta la cuarta parte del número de simulaciones. Puede ser la diferencia entre cerrar una operación o no... **De nuevo = más pasta**

Utilizamos una “granja de PCs” para distribuir los cálculos.

- ⇒ Podemos escalar la capacidad de computo en función de las necesidades del negocio de una manera muy dinámica

Programamos en C++ que es un idioma de programación muy eficiente.

Flexibilidad

Hay muchísima competencia entre los bancos de inversión. Los clientes se ganan por la variedad de producto ofrecido.

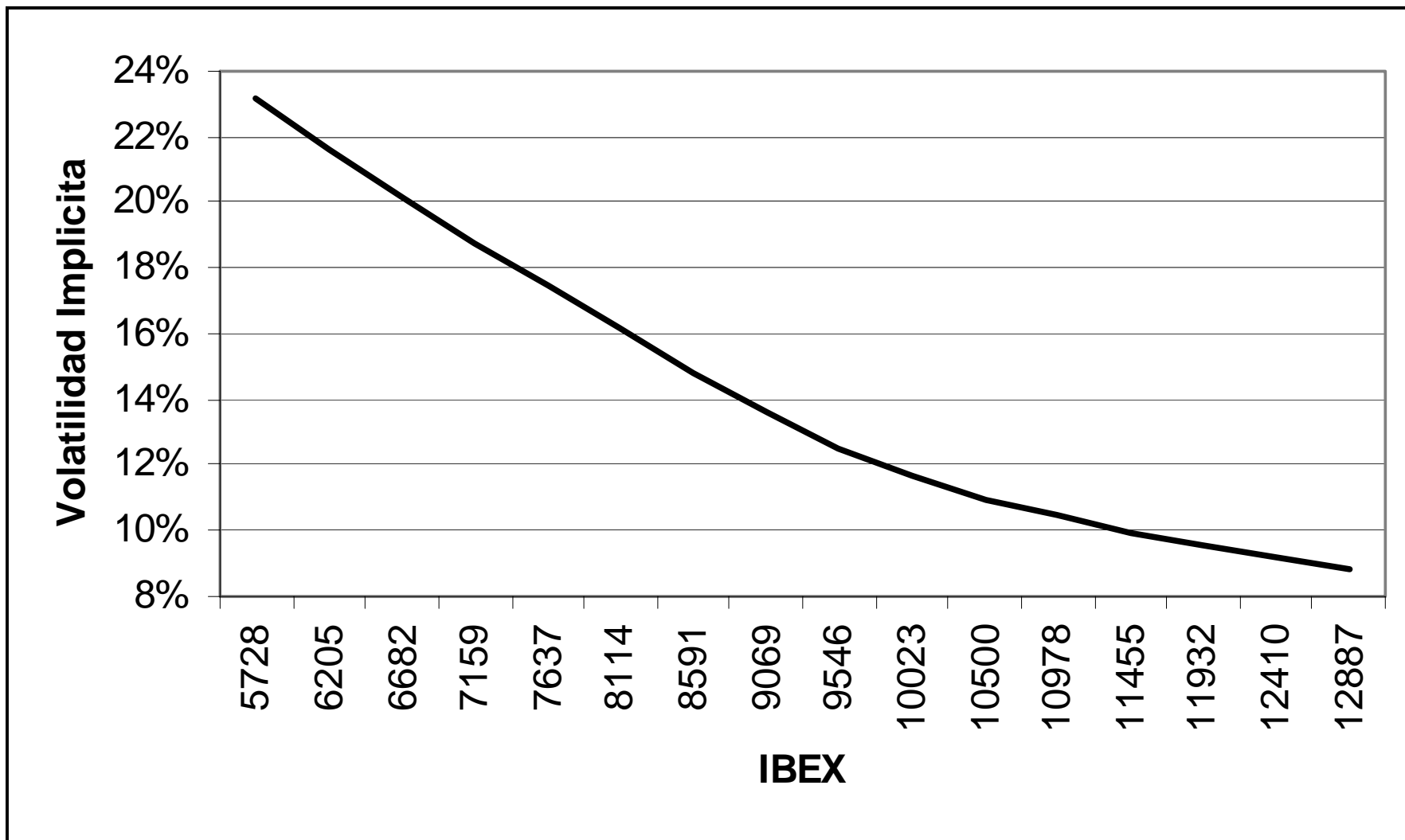
- ⇒ **Más flexibilidad = más pasta en comisiones.**
- ⇒ El catálogo de productos cambia todos los días y la sofisticación aumenta de una manera vertiginosa.
- ⇒ Una parte del “*know how*” (conocimientos / experiencia) se considera una ventaja competitiva.

El concepto de *programación orientada a objetos* adquiere una importancia clave en la capacidad de estructuración de productos nuevos.

- ⇒ C++ es un idioma de programación orientado a objetos
- ⇒ Nos permite *encapsular* componentes de productos financieros y construir productos muy complejos (como LEGO...)



Realismo



Evolución continua

Un desarrollo continuo de productos nuevos y mercados nuevos.

Activos ilíquidos pasan a ser activos líquidos e implican un cambio de modelo (p.e., derivados sobre el mercado inmobiliario).

Todavía hay una cantidad asombrosa de investigadores tanto del mundo académico como del mundo bancario, a pesar de que la teoría de Black Scholes tiene más de 30 años.

⇒ *Applied Mathematical Finance*

⇒ *International Journal of Theoretical and Applied Finance*

⇒ *Mathematics of Derivative Securities*

⇒ *Finance and Stochastics*

⇒ *Mathematical Finance*

⇒ *Journal of Finance*

⇒ *Journal of Computational Finance*

⇒ *Option Pricing, Interest Rates and Risk Management*

⇒ *Journal of Mathematical Economics*

⇒ *Journal of Financial Economics*

⇒ *Etc...*

Lectura y enseñanza

Options, Futures & Other Derivatives – John C. Hull (Prentice Hall)

Financial Calculus – Baxter, Rennie (Cambridge University Press)

Monte Carlo Methods in Financial Engineering – Glasserman (Springer Verlag)

Probability with Martingales – Williams (Cambridge University Press)

Stochastic Differential Equations – Oksendal (Springer)

Arbitrage Theory in Continuous Time – Bjork (Oxford Finance)

Numerical Recipes in C – Press, et al (Cambridge)

Derivatives – Wilmott (Wiley)

The C Programming Language - Kernighan / Ritchie (Prentice Hall)

Mastering Object Oriented Design in C++ - Cay Horstman (Wiley)

C++ Design Patterns and Derivative Pricing – Joshi (Cambridge)

www.wilmott.com

Email: rdsmith@gruposantander.com

