**Matemática Discreta**
**Segundo curso del Grado en Matemáticas, UAM**
**Curso 2010-2011**

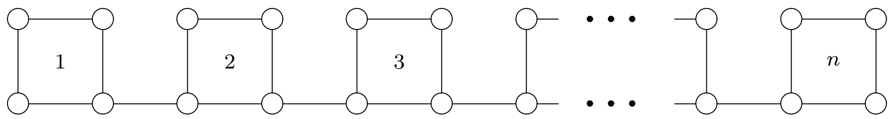
**Control 3, 2 de diciembre de 2010**

***Nombre y Apellidos*** ..............................................................

---

**1.** Dados dos grafos $G$ y $H$, formamos un nuevo grafo $J$ de la siguiente manera: a) incluimos todos los vértices y aristas de $G$; b) incluimos todos los vértices y aristas de $H$; c) añadimos una arista entre cada vértice de $G$ y cada vértice de $H$. Escribe el número cromático de $J$ en términos de los números cromáticos de $G$ y $H$. Justifica brevemente tu respuesta.

**2.** Observa el grafo $G_n$ de la figura, que tiene $4n$ vértices etiquetados con los números $\{1, 2, \ldots, 4n\}$ y las $5n - 1$ aristas que se exhiben en el dibujo.




¿Cuántos árboles abarcadores distintos tiene el grafo $G_n$? Calcula su polinomio cromático.

**3.** Vamos a extender la sucesión de Fibonacci a los números negativos de la siguiente manera: seguimos con $F_0 = 0$, $F_1 = 1$, y definimos los demás términos de la sucesión mediante la regla $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$, que ahora es válida para cualquier $n \in \mathbb{Z}$ distinto de 0 y 1. ¿Cuál es la relación entre $F_n$ y $F_{-n}$? Justifica brevemente tu respuesta.

**4.** Sea $a_n$ el número de maneras distintas de cubrir un tablero de dimensiones $2 \times n$ con piezas de dimensiones $1 \times 2$. Halla una relación de recurrencia para $a_n$ y calcula $a_{10}$.

**Matemática Discreta**
**Segundo curso del Grado en Matemáticas, UAM**
**Curso 2010-2011**

**Control 3, 2 de diciembre de 2010**

***Nombre y Apellidos*** ..............................................................

---

**1.** Tenemos un grafo completo $K_n$, cuyos vértices van etiquetados con $\{1, 2, \dots, n\}$, y otro grafo completo $K_n$ con vértices etiquetados con $\{1', 2', \dots, n'\}$. Formamos un nuevo grafo $G$ en tres pasos: a) incluimos los vértices y aristas del primer grafo; b) incluimos los vértices y aristas del segundo grafo; c) y añadimos una arista entre cada vértice $j$ con su correspondiente $j'$ (es decir, una arista del 1 al $1'$, otra del 2 al $2'$, etc.). ¿Cuál es el número cromático de $G$? Justifica brevemente tu respuesta.

**2.** Queremos asignar un color a cada uno de los elementos del conjunto $A = \{1, 2, \dots, 12\}$, con la única condición de que dos elementos $a$ y $b$ deben llevar distinto color si $a^2 \equiv b^2$ módulo 10. Si disponemos de 7 colores, ¿cuántas asignaciones distintas podremos hacer?

**3.** Los números de Fibonacci se definen mediante $F_0 = 0$, $F_1 = 1$ y $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$ para cada $n \geq 2$. El número de Fibonacci $F_{32456}$, ¿es par o impar? Justifica brevemente tu respuesta.

**4.** Para cada $n \geq 1$, llamamos $a_n$ al número de $n$-listas de ceros y unos que no contienen la secuencia 111. Obtén una regla de recurrencia para $a_n$ y calcula $a_7$.