

Álgebra II
Primero de Ingeniería Informática UAM, curso 2009-2010
Quiz 2, 9-3-2010

Nombre y Apellidos

1. Sea X un espacio vectorial sobre un cierto cuerpo K . Consideramos el subconjunto $V = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ de X y el conjunto asociado

$$\langle V \rangle = \{x \in X : x = \alpha_1 x_1 + \dots + \alpha_n x_n, \text{ para ciertos } \alpha_1, \dots, \alpha_n \in K\}.$$

- a) Comprueba que $\langle V \rangle$ es un subespacio vectorial de X .
- b) ¿Cuál sería la dimensión de $\langle V \rangle$?
- c) ¿Y si el conjunto fuera

$$\{x \in X : x = \alpha_1 x_1 + \dots + \alpha_n x_n, \text{ para ciertos } \alpha_1, \dots, \alpha_n \in K \text{ cuya suma vale } 0\},$$

sería un subespacio vectorial? ¿Y si fuera el conjunto

$$\{x \in X : x = \alpha_1 x_1 + \dots + \alpha_n x_n, \text{ para ciertos } \alpha_1, \dots, \alpha_n \in K \text{ cuya suma vale } 3\}?$$

2. Llamemos $\mathbb{R}_2[x]$ al espacio vectorial de los polinomios de grado menor o igual que 2 con coeficientes en $\mathbb{R}$. Consideramos la aplicación

$$f : \mathbb{R}_2[x] \rightarrow \mathbb{R}_2[x]$$

$$p(x) \mapsto f(p(x)) = 2p(x) + x^2 p'(x) + (x - x^3) p''(x).$$

- a) ¿Es realmente una aplicación de $\mathbb{R}_2[x]$ en $\mathbb{R}_2[x]$ (¡en la definición de f aparecen términos cúbicos!)?
- b) Comprueba que f es una aplicación lineal.
- c) Halla la matriz de f si tomamos la base canónica $\{1, x, x^2\}$ en los espacios de partida y de llegada.
- d) ¿Y si tomamos la base canónica en el espacio de partida y la base $\{2, 1 + x, 1 + x^2\}$ en el espacio de llegada?
- e) ¿Y si tomamos la base $\{2, 1 + x, 1 + x^2\}$ tanto en el espacio de partida como en el de llegada?
- f) Comprueba si f es inyectiva y/o sobreyectiva.