

Matemática Discreta  
Segundo curso del Grado en Matemáticas, UAM  
Curso 2011-2012

Control 1, 21 de octubre de 2011

*Nombre y Apellidos* .....

--	--	--	--	--	--

---

1. En un tablero  $n \times 2n$  queremos situar  $2n$  fichas idénticas de manera que haya una en cada columna y dos en cada fila. ¿De cuántas formas distintas se podrá hacer?

2. Queremos contar el número de soluciones de la ecuación

$$x_1 + x_2 + \cdots + x_{20} = 50$$

donde

Caso a) Los números  $x_1, x_2, \dots, x_{19}$  son todos  $\geq 1$  y  $x_{20}$  puede valer únicamente 10 o 20.

Caso b) Los números  $x_1, x_2, \dots, x_{20}$  pueden valer únicamente 1 o 3.

3. Disponemos de  $n$  bolas numeradas, que queremos distribuir en  $k$  **tubos** numerados. El diámetro del tubo es sólo un poco mayor que el de las bolas, de forma que podemos distinguir el orden de las bolas dentro de cada tubo. Calcula cuántas distribuciones distintas hay, teniendo en cuenta que pueden quedar tubos vacíos.

4. Queremos formar listas de longitud 100 con los números  $\{1, 2, \dots, 48\}$  en las que aparezca *un único* número impar y *todos* los pares. ¿De cuántas formas distintas se podrá hacer?

5. Consideremos el conjunto  $X = \{1, 2, \dots, n\}$ . Queremos contar el número de aplicaciones  $f : X \rightarrow X$  (no necesariamente biyectivas) tales que  $f(k) \neq k$  para cada  $k = 1, 2, \dots, n$ . ¿Cuántas distintas hay?

6. (Ejercicio extra) Prueba que

$$\sum_{j=0}^{k-1} p_{k-j}(n-j) = \sum_{j=1}^k (k-j+1) p_j(n-k).$$