Matemática Discreta
Segundo curso del Grado en Matemáticas, UAM
Curso 2010-2011

Control 1, 7 de octubre de 2010

Nombre y Apellidos .... ***Grupo*** ......

---

1. En un tablero de ajedrez 8×8 queremos situar 8 piezas blancas y 8 piezas negras. Las piezas son indistinguibles entre sí, salvo por el color. ¿De cuántas maneras distintas se podrá hacer?

2. Prueba, con un *argumento combinatorio*, que, para $j \leq k \leq n$,

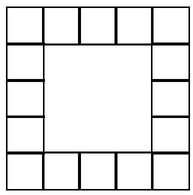
$$\binom{n}{k}\binom{k}{j} = \binom{n}{j}\binom{n-j}{k-j}.$$

3. Calcula el número de listas de longitud n formadas con k símbolos en las que

a) aparecen únicamente dos de los símbolos;
b) aparecen todos los símbolos menos uno.

---

4. (Ejercicio extra). Vamos a escribir números enteros en las 16 casillas de la figura de la derecha, con las siguientes condiciones:



- las cuatro esquinas deben llevar el mismo número;
- la suma de cada fila y de cada columna ha de ser 30;
- todos los números han de ser ≥ 1.

¿De cuántas maneras distintas se podrá hacer? ¿Y si se sustituyera la primera condición por la siguiente: las esquinas diametralmente opuestas deben llevar el mismo número?

Matemática Discreta
Segundo curso del Grado en Matemáticas, UAM
Curso 2010-2011

Control 1, 7 de octubre de 2010

Nombre y Apellidos .... ***Grupo*** ......

---

1. Tenemos $2n$ camisetas de n colores distintos (hay exactamente dos de cada color). Se las vamos a repartir a $2n$ personas. ¿De cuántas maneras distintas se podrá hacer?

2. Prueba, con un *argumento combinatorio*, que

$$\binom{3n}{n} = \sum_{\substack{a,b,c\geq 0\\ a+b+c=n}} \binom{n}{a}\binom{n}{b}\binom{n}{c}.$$

3. Queremos distribuir 30 bolas idénticas en 6 cajas numeradas, de manera que

- las primeras 3 cajas reciban 15 bolas y ninguna de ellas quede vacía;
- las otras 15 bolas deben ir a las otras 3 cajas; cada una de ellas, además, debe tener, como mucho, 6 bolas.

¿De cuántas maneras distintas se podrá hacer?

---

4. (Ejercicio extra). En un tablero $n \times n$, queremos situar n torres de manera que no se amenacen entre sí (es decir, no hay dos torres en la misma fila o columna). Comprueba que hay $n!$ maneras de colocarlas. ¿Y si las torres tuvieran cada una una etiqueta distinta?
