

Cálculo I (grupo 715)
Primer curso del Grado en Matemáticas, UAM, Curso 2010-2011

Control 1, 12 de noviembre de 2010

Apellidos, Nombre

--	--	--	--	--

1. Considera el conjunto de números reales

$$A = [0, 1) \cup \left\{ 3 - \frac{1}{n}, n = 1, 2, 3, \dots \right\}.$$

Determina el conjunto de las cotas superiores de A . Calcula el supremo de A . Determina también el conjunto de las cotas inferiores de A (y calcula el ínfimo de A). ¿Tiene A máximo? ¿Y mínimo?

2. Estudia los límites de las sucesiones cuyos términos generales vienen dados por

$$a_n = (-1)^n \frac{n}{n+1} \quad \text{y} \quad b_n = \frac{(-1)^n}{n}.$$

3. Considera la sucesión (a_1, a_2, a_3, \dots) dada por

$$a_1 = 100 \quad \text{y} \quad a_{n+1} = \frac{9}{10} a_n \quad \text{para } n \geq 1.$$

Prueba que es acotada y monótona (y, por tanto, convergente). Justifica cuál es el valor de su límite.

4. La función $f(x)$ cumple que

$$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 0.$$

Tenemos además dos funciones $g(x)$ y $h(x)$ acotadas, es decir, tales que, para todo $x \in \mathbb{R}$,

$$|h(x)| \leq M \quad \text{y} \quad |g(x)| \leq N,$$

donde N y M son dos números positivos. Prueba que

$$\lim_{x \rightarrow 3} [f(x) \cdot g(x) \cdot h(x)] = 0.$$

Matemática Discreta
Segundo curso del Grado en Matemáticas, UAM
Curso 2010-2011

Control 2, 4 de noviembre de 2010

Nombre y Apellidos



1. Definimos el grafo H_n de la siguiente manera: sus 2^n vértices son las listas de longitud n formadas con los símbolos $\{0,1\}$. Hay una arista entre dos vértices si sus respectivas listas difieren exactamente en dos posiciones. ¿Cuántas aristas tiene H_n ?

2. Sea G un grafo con n vértices y dos componentes conexas. ¿Cuál es el número máximo de vértices de grado 1 que puede tener?

3. Queremos formar grafos con vértices $\{1, 2, \dots, 2n\}$ de manera que los vértices $\{1, \dots, n\}$ tengan todas las aristas posibles entre sí. ¿Cuántos distintos habrá?