

Curso de Formación continua en Matemáticas UAM
Curso 2004/2005
Ejercicio para la sesión del martes 12 de abril de 2005

La paradoja de Parrondo¹.

En lo que sigue, ε es un número positivo fijo (digamos $\varepsilon = 0,005$).

Juego A Partimos de una fortuna de 0 euros y apostamos, en cada jugada, 1 euro a que sale cara. La moneda que utilizamos tiene una probabilidad $p_1 = 1/2 - \varepsilon$ de salir cara.

Juego B Partimos, de nuevo, de una fortuna de 0 euros. En cada jugada apostamos 1 euro a que sale cara. Pero la moneda que utilizamos depende de la fortuna de que dispongamos en ese momento:

- si nuestra fortuna es un múltiplo de 3, entonces lanzamos una moneda con probabilidad $p_2 = 1/10 - \varepsilon$ de salir cara.
- Si no, entonces utilizamos una moneda con probabilidad $p_3 = 3/4 - \varepsilon$ de cara.

Ejercicio 1. Jugamos el juego A a 100 partidas. Estímese, por simulación, la fortuna media con la que finaliza el juego. Repítase el experimento para juegos A a 10, 20, 30, ..., 90 y 100 jugadas. ¿Es éste un juego “perdedor”?

Ejercicio 2. Repetimos lo anterior para el juego B. ¿Cómo es este juego?

La conclusión, de la que debemos convencernos por simulación (lo que requerirá un número muy grande de simulaciones en cada caso), es que ambos juegos son “perdedores” (algo casi evidente en el juego A y no tanto en el B).

Ahora vamos a combinar ambos juegos. Parece evidente que de la combinación (sea cual sea) de dos juegos “perdedores” ha de resultar un juego “perdedor”.

Ejercicio 3. Comprobamos si es así en los siguientes casos (de nuevo con partidas a 10, 20, 30, ..., 100 jugadas):

- **Juego 2A-2B** Jugamos, alternativamente, 2 partidas al juego A, otras 2 al B, 2 más al A, etc.
- **Juego 4A-4B** Alternamos de nuevo, pero ahora 4 partidas a cada juego.
- **Juego 3A-2B** 3 partidas con A, luego 2 con B, de nuevo 3 con A, etc.
- **Juego randomA-B** Sorteamos (con una moneda regular), en cada instante, qué juego disputamos.

¹Juan M.R. Parrondo es profesor del Departamento de Física Atómica, Molecular y Nuclear de la Facultad de Ciencias Físicas de la Universidad Complutense de Madrid. Véase <http://seneca.fis.ucm.es/parr/>