# ALGEBRA LINEAL Y GEOMETRÍA
# DOBLE PROGRAMA DE INFORMÁTICA–MATEMÁTICAS

**Prueba intermedia 1 (Jueves 3/10/2013)**

**APELLIDOS:** .............................................................................................

**NOMBRE:** ......................................................... **DNI:** ................................

---

[3] **1.** Sea $V$ el subespacio de $\mathbb{R}^3$ generado por los vectores $\vec{v}_1 = (1,-1,-1)$ y $\vec{v}_2 = (1,1,0)$, y sea $P_V : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ la proyección ortogonal (con el producto escalar usual de $\mathbb{R}^3$) sobre $V$.

Hallar la matriz de $P_V$ en la base canónica de $\mathbb{R}^3$.

---

[3] **2.** Considerar $\mathbb{R}^2$ con el producto escalar dado por

$$\left\langle \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} \right\rangle = x_1y_1 + 2x_1y_2 + 2x_2y_1 + 5x_2y_2.$$

Hallar la adjunta de la aplicación lineal $L : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ dada por

$$L \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 - x_2 \\ x_1 + x_2 \end{pmatrix}.$$

---

[4] **3.** Considerar la aplicación ortogonal (con el producto escalar usual) $L : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ dada, en la base canónica de $\mathbb{R}^3$, por la matriz

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ \cos\phi & -\operatorname{sen}\phi & 0 \\ \operatorname{sen}\phi & \cos\phi & 0 \end{pmatrix},$$

donde $\phi$ es tal que $\cos\phi \neq 0$.

**a)** Demostrar que es una aplicación ortogonal.

**b)** Hallar la expresión canónica de la aplicación y determinar qué tipo de aplicación es (giro alrededor de un eje o giro alrededor de un eje más reflexión); no olvidar determinar el coseno del ángulo de giro en función de $\phi$.

**c)** Hallar un vector director del eje de giro. (Nota: no es necesario que sea unitario).

---

[1] **4.** [BONO] Sea $U$ un subespacio de un espacio vectorial euclídeo $W$. Sean $P_U$ y $P_{U^\perp}$ las proyecciones sobre $U$ y $U^\perp$, respectivamente. Demostrar que la aplicación $L : W \to W$ definida por

$$L = P_U - P_{U^\perp}$$

es una aplicación ortogonal.

[SUGERENCIA: Tener en cuenta que, por definición de proyección ortogonal, $P_U + P_{U^\perp} = \mathrm{Id}$ .]