

Estadística I
Grado en Matemáticas, UAM, 2015-2016

Hoja 6. Contrastes paramétricos de hipótesis

APLICACIÓN DE LOS TEST USUALES

1. a) La estatura X de los individuos varones residentes en una región sigue una distribución normal con desviación típica $\sigma = 6$ cm. Deseamos contrastar la hipótesis de que el valor medio de X es 180 cm, con el nivel de significación de 5 %. En una muestra al azar de 9 personas se han obtenido los siguientes resultados:

168 180 170 175 171 173 169 184 176

¿Qué podemos concluir?

b) ¿Y si no conociéramos σ ?

2. Una cierta característica X sigue una distribución $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$. Queremos contrastar la hipótesis $H_0: \mu = \mu_0$. Suponemos que σ es conocida. Tenemos una muestra de X de tamaño n con media muestral \bar{x} . Da una expresión explícita del p -valor. Sugerencia: $z_{\alpha/2} = \Phi^{-1}(1 - \alpha/2)$.

3. Los lagartos del desierto se suelen esconder del calor en verano para evitar que su temperatura corporal interna llegue al nivel letal de 45°C. Se ha tomado una muestra para estudiar el tiempo X (en minutos) requerido para que la temperatura de un lagarto alcance los 45°C, partiendo de su temperatura normal mientras estaban en la sombra. Se han obtenido los siguientes datos:

10.1 12.5 12.2 10.2 12.8 12.1 11.2 11.4 10.7 14.9 13.9 13.3

Suponiendo que la variable X sigue una distribución $N(\mu, \sigma^2)$, y basándose en los datos obtenidos,

a) ¿puede concluirse (al nivel de significación 2.5 %) que el tiempo medio requerido para alcanzar la temperatura letal es menor que 13 minutos?;

b) ¿Puede concluirse (al mismo nivel) que la desviación típica de X es inferior a un minuto y medio?

4. Queremos contrastar la hipótesis de que una cierta moneda es equilibrada. Para ello, la lanzamos un número n de veces y anotamos el número de caras obtenidas.

a) Supongamos que $n = 200$ y pongamos un nivel de significación $\alpha = 5\%$. ¿Qué debe ocurrir en el experimento (los 200 lanzamientos de moneda) para que rechacemos la hipótesis?

b) Volvemos a un n general (pero grande). Fijamos el nivel de significación $\alpha = 5\%$. En el experimento sale un 57 % de caras. ¿Para qué valores de n rechazaremos la hipótesis, y para cuáles la aceptaremos?

c) Calcula explícitamente el p -valor de una muestra de tamaño n y media muestral \bar{x} .

5. Un grupo de investigadores afirma haber descubierto un tipo de alimentación para las gallinas, bajo la cual éstas producen huevos que no aumentan el colesterol en las personas que los consumen. Para comprobar dicha teoría, se seleccionaron al azar 10 personas a las que se les midió su nivel de colesterol antes X y después Y de ser sometidos a una dieta a base de dichos huevos. Suponiendo normalidad, contrastar la hipótesis nula de que el nivel de colesterol es el mismo antes y después de la dieta (al nivel 5 %), si los datos obtenidos son los siguientes:

X	120	312	243	161	314	234	143	287	423	155
Y	130	306	255	168	310	250	158	290	440	140

6. Se pretende estudiar la proporción de personas que apoyan una cierta iniciativa en dos regiones distintas. En la región 1 se toma una muestra de 100 personas, de las que un 60 % se decanta por el “sí”. En la región 2, de las 250 personas encuestadas, 175 votarían “sí”.

a) Contrasta, con nivel de significación $\alpha = 5\%$, la hipótesis de que las proporciones coinciden en las dos regiones.

b) Contrasta, con nivel de significación $\alpha = 5\%$, la hipótesis de que la proporción en la región 1 es menor que la proporción en la región 2.

c) Calcula el p -valor en ambos casos.

7. Para estudiar la densidad de Sanecrab en las aguas del Turia y del Júcar, se han tomado dos muestras: en la del Turia, de tamaño 16, se ha obtenido una media muestral de 16 y una cuasidesviación típica 1. En la muestra del Júcar, de tamaño 9, se ha obtenido una media muestral de 14.5 y una cuasidesviación típica 1.

¿Se puede concluir, al nivel $\alpha = 5\%$, que hay diferencia entre las densidades (medias) de Sanecrab en los dos ríos? Calcular el p -valor.

(Se supone normalidad e igualdad de varianzas).

8. Se toman muestras del peso X en gallinas de dos granjas. En la primera granja se han pesado 140 gallinas, obteniéndose un peso medio de 3.5 kg, con una cuasidesviación típica de 0.5 kg. En la otra granja se pesaron 100 animales, con un peso medio de 3.2 kg y cuasidesviación típica de 0.8 kg. Fijamos un nivel de significación $\alpha = 5\%$. Suponiendo normalidad,

a) ¿se puede concluir que el peso medio de las gallinas es el mismo en las dos granjas?;

b) ¿se puede concluir que la variabilidad del peso de las gallinas es menor en la primera granja?