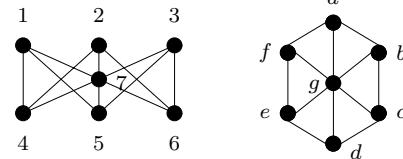
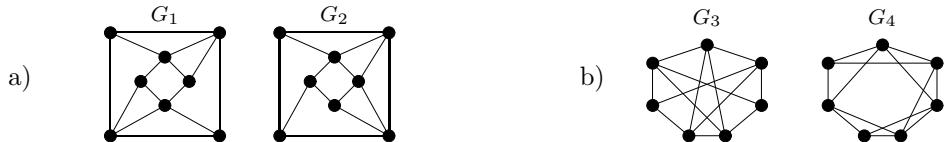


**Hoja 3**

1. Halla el número de vértices de los siguientes grafos:
  - a)  $G$  tiene 9 aristas y todos sus vértices son de grado 3.
  - b)  $G$  es un grafo regular con 15 aristas.
  - c)  $G$  tiene 10 aristas, dos de sus vértices son de grado 4, y los restantes de grado 3.
2. Enumera las posibles sucesiones de grados asociadas a grafos con 5 vértices y 3 aristas.
3. Describe (es decir, nombra, dibuja...) o explica por qué no puede existir:
  - a) un grafo con 7 vértices, todos de grado 3;
  - b) un grafo con 15 vértices y 105 aristas;
  - c) dos grafos no isomorfos, cada uno con 6 vértices, todos de grado de 2;
  - d) un grafo conexo con 8 vértices y cuya sucesión de grados sea  $(1, 1, 1, 2, 3, 4, 5, 7)$ .
4. Prueba que en todo grafo  $G$  conexo con más de dos vértices tiene que haber al menos 2 vértices con el mismo grado.
5. ¿Cuántos grafos no isomorfos con 3 vértices existen? ¿Y con 4 vértices? ¿Y con 5?
6. Demuestra que los dos siguientes grafos son isomorfos. ¿Cuántos isomorfismos distintos hay entre ellos?



7. Estudia si son isomorfos los siguientes grafos:



8. Sea un grafo  $G$  con  $n$  vértices y 2 componentes conexas.
  - (a) ¿Cuál es el número máximo y mínimo de aristas que puede tener?
  - (a) ¿Cuál es el número máximo de vértices de grado 1 que puede tener?
9. Cuenta el número de aristas y comprueba si son conexos los siguientes grafos:
  - $H_n$  tiene  $2^n$  vértices (las listas de longitud  $n$  con 0, 1); dos vértices son vecinos si sus listas correspondientes difieren en exactamente 2 posiciones.
  - $\tilde{H}_n$  tiene  $2^n$  vértices (las listas de longitud  $n$  con 0, 1); dos vértices son vecinos si sus listas correspondientes difieren en no más de 2 posiciones.
  - $\tilde{F}_n$  tiene  $3^n$  vértices (las listas de longitud  $n$  con 0, 1 y 2); dos vértices son vecinos si sus listas correspondientes difieren en exactamente 1 posición.

10. Sea  $G = (V, A)$  un grafo con  $n$  vértices. Se define su *grafo complementario*  $G^C$  como aquél que tiene los mismos vértices que  $G$  y las aristas que le “faltan” a  $G$ . Esto es,

$$V(G^C) = V(G) \quad \text{y} \quad A(G^C) = A(K_n) \setminus A(G).$$

- a) Prueba que  $G = (V, A)$  y  $G' = (V', A')$  son isomorfos si y sólo si sus complementarios lo son.
- b) Encuentra un grafo con 5 vértices que sea isomorfo a su complementario.
- c) ¿Existe un grafo con 3 vértices isomorfo a su complementario? ¿Y con 6 vértices?
- d) Si  $G$  tiene  $n$  vértices y su sucesión de grados es  $(g_1, g_2, \dots, g_n)$ , ¿cuál es la sucesión de grados de su complementario?