Matemática Discreta
Segundo de Ingeniería Informática UAM, Curso 2009-2010

Esta hoja podrá ser utilizada en el examen (tal cual está, sin añadidos de ningún tipo). No pretende ser un resumen de la asignatura, sino sólo un compendio de *algunas* fórmulas y expresiones (no todas) que han ido apareciendo a lo largo del curso. No aparecen explícitamente ni los rangos de parámetros $(n, m, k \ldots)$ en los que las fórmulas son válidas ni los valores de x para los que los desarrollos en serie de potencias son válidos.

Coeficientes binómicos

- **Definición**: $\binom{n}{k} = \#\{\text{subconjuntos de tamaño } k \text{ extraídos de un conjunto con } n \text{ elementos}\}$
- **Fórmula**: $\displaystyle\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!\,(n-k)!}$
- **Regla de recurrencia**: $\displaystyle\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k} + \binom{n-1}{k-1}$

Número de soluciones de ecuaciones diofánticas

$$\#\left\{\text{soluciones de } \left\{ \begin{array}{c} x_1 + x_2 + \cdots + x_k = n \\ x_1 \geq p_1, x_2 \geq p_2, \ldots, x_k \geq p_k \end{array} \right\}\right\} = \binom{n+k-1-\sum_{j=1}^{k} p_j}{k-1}$$

Números de Stirling de segunda especie

- **Definición**: $S(n,k) = \#\{\text{particiones distintas del conjunto } \{1,\ldots,n\} \text{ en } k \text{ bloques no vacíos}\}$
- **Fórmula**: $\displaystyle S(n,k) = \frac{(-1)^k}{k!} \sum_{m=1}^{k} (-1)^m \binom{k}{m} m^n$
- **Regla de recurrencia**: $S(n,k) = S(n-1,k-1) + k\,S(n-1,k)$

Particiones de enteros

- **Definición**: $\left\{ \begin{array}{ll} p(n) & = \#\{\text{particiones de } n\} \\ p_k(n) & = \#\{\text{particiones de } n \text{ con exactamente } k \text{ partes}\} \\ p(n) & = \displaystyle\sum_{k=1}^{n} p_k(n) \end{array} \right.$
- **Regla(s) de recurrencia**: $\displaystyle p_k(n) = \sum_{j=1}^{k} p_j(n-k) = p_{k-1}(n-1) + p_k(n-k)$

Listas	Multiconjuntos	Bolas y cajas	Aplicaciones	Ecuaciones	Particiones	Fórmulas
de longitud n en k objetos con repetición		n bolas distintas en k cajas distintas (permitiendo vacías)	de un conjunto de n elementos en un conjunto de k elementos			k^n
de longitud n en k objetos sin repetición			inyectivas de un conjunto de n elementos en un conjunto de k elementos			$\frac{k!}{(k-n)!}$
de longitud n en k unos y $n-k$ ceros	subconjuntos de k elementos de un conjunto de n elementos					$\binom{n}{k} = \dfrac{n!}{k!\,(n-k)!}$
de longitud n en unos y ceros	subconjuntos de un conjunto de n elementos					$2^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k}$
	k-multiconjuntos extraídos de un conjunto de n elementos	k bolas iguales en n cajas distintas (permitiendo vacías)		el numero de soluciones no negativas de la ecuación $x_1 + \cdots + x_n = k$		$R(n,k) = \binom{n+k-1}{k}$ $= \binom{n+k-1}{n-1}$
		k bolas iguales en n cajas distintas (no vacías)		el numero de soluciones positivas de la ecuación $x_1 + \cdots + x_n = k$		$\binom{k-1}{n-1}$
de longitud k en n objetos con a_i objetos de i-ésimo tipo		k bolas distintas en n cajas distintas con a_i elementos en i-ésima caja				$\dfrac{k!}{a_1! \cdots a_n!}$ $(k = a_1 + \cdots + a_n)$
de longitud n en k unos y $n-k$ ceros con al menos $l-1$ ceros entre unos	k-subconjuntos extraídos de $\{1, \ldots, n\}$ con la diferencia entre elementos $\geq l$					$\binom{n-(k-1)(l-1)}{k}$ $(l \geq 1)$
		n bolas distintas en k cajas iguales no vacías			el número de particiones distintas de $\{1, \ldots, n\}$ en k bloques no vacíos	$S(n,k)$
		n bolas distintas en k cajas distintas no vacías	sobreyectivas de un conjunto de n elementos en un conjunto de k elementos			$k!S(n,k)$
		n bolas iguales en k cajas iguales no vacías			el número de particiones de n en k partes	$p_k(n)$