Matemática Discreta
Segundo de Ingeniería Informática, Curso 2005-2006

Esta hoja podrá ser utilizada en el examen del jueves 2 de febrero de 2006 (tal cual está, sin añadidos de ningún tipo). No pretende ser un resumen de la asignatura, sino sólo un compendio de *algunas* fórmulas y expresiones (no todas) que han ido apareciendo a lo largo del curso. No aparecen explícitamente ni los rangos de parámetros $(n, m, k \dots)$ en los que las fórmulas son válidas ni los valores de x para los que los desarrollos en serie de potencias son válidos.

Coeficientes binómicos

- **Regla de recurrencia**: $\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k} + \binom{n-1}{k-1}$

Número de soluciones de ecuaciones diofánticas

$$\#\left\{\text{soluciones de } \left\{ \begin{array}{c} x_1 + x_2 + \cdots + x_k = n \\ x_1 \geq 1, x_2 \geq 1, \dots, x_k \geq 1 \end{array} \right\}\right\} = \binom{n-1}{k-1}$$

Números de Stirling de segunda especie

- **Definición**: $S(n,k) = \# \left\{ \begin{array}{l} \text{particiones distintas del conjunto} \\ \{1, \dots, n\} \text{ en } k \text{ bloques no vacíos} \end{array} \right\}$.
- **Fórmula**: $S(n,k) = \dfrac{(-1)^k}{k!} \displaystyle\sum_{m=1}^{k} (-1)^m \binom{k}{m} m^n$,
- **Regla de recurrencia**: $S(n,k) = S(n-1,k-1) + k\, S(n-1,k)$

Particiones de enteros

- **Definición**:
$$\begin{aligned} p(n) &= \#\{\text{ particiones de } n\} \\ p_k(n) &= \#\{\text{ particiones de } n \text{ con exactamente } k \text{ partes}\} \\ p(n) &= \sum_{k=1}^{n} p_k(n) \end{aligned}$$
- **Regla(s) de recurrencia**: $p_k(n) = \displaystyle\sum_{j=1}^{k} p_j(n-k) = p_{k-1}(n-1) + p_k(n-k)$

Polinomio cromático del grafo circular C_n

$$p_{C_n}(k) = (k-1)^n + (-1)^n (k-1)$$

Algunos desarrollos en serie de potencias

$$\begin{aligned}
(1+x)^m &= \sum_{n=0}^{m} \binom{m}{n} x^n; \quad \text{esto es,} \quad (1+x)^m \longleftrightarrow \left(\binom{m}{0}, \binom{m}{1}, \dots, \binom{m}{m}, 0, 0, \dots \right) \\
\frac{1}{1-x} &= \sum_{n=0}^{\infty} x^n; \quad \text{esto es,} \quad \frac{1}{1-x} \longleftrightarrow (1,1,1,1,\dots) \\
\frac{1}{(1-x)^{m+1}} &= \sum_{n=0}^{\infty} \binom{m+n}{m} x^n; \quad \text{esto es,} \quad \frac{1}{(1-x)^{m+1}} \longleftrightarrow \left(\binom{m}{m}, \binom{m+1}{m}, \binom{m+2}{m}, \dots \right). \\
e^x &= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}; \quad \text{esto es,} \quad e^x \longleftrightarrow \left(\frac{1}{0!}, \frac{1}{1!}, \frac{1}{2!}, \frac{1}{3!}, \dots \right).
\end{aligned}$$