

Matemática Discreta
Segundo de Ingeniería Informática UAM
Curso 2005-2006

Examen parcial, 21-11-2005

1. (4 puntos) Contesta, razonando brevemente las respuestas, a las siguientes cuestiones:

(a) Consideremos los dos siguientes conjuntos:

$$A = \{1, 2, 3, \dots, 25\} \quad \text{y} \quad B = \{a, b, c, d, e, f\}.$$

¿Cuál de las siguientes cantidades coincide con el número de aplicaciones sobreyectivas de A en B :

$$6^{25}; \quad 25^6; \quad S(25, 6); \quad 6! S(25, 6); \quad 25! S(25, 6) \quad ?$$

(b) Consideremos el conjunto $V = \{v_1, v_2, \dots, v_{24}\}$. ¿Es cierto que existe un grafo G que tiene a V como conjunto de vértices y que consta de *exactamente* 281 aristas?

(c) Un grafo G tiene 9 vértices y 14 aristas. ¿Es G con seguridad conexo?

(d) Sea P_n el conjunto de los polinomios de grado *exactamente* n cuyos coeficientes son ceros o unos. Esto es, el formado por los polinomios de la forma

$$p(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_n x^n,$$

donde los números a_0, a_1, \dots, a_n son ceros o unos y $a_n \neq 0$. ¿Cuál es el tamaño del conjunto P_n ?

2. (2 puntos) Estamos interesados en apostar a las quinielas. Una apuesta consiste en elegir un resultado (de entre los tres posibles: 1, X, 2) en cada uno de los 14 partidos.

a) ¿Cuántas apuestas habremos de rellenar para asegurarnos el acierto en los 14 partidos?

b) ¿Y si nos aseguran que habrá exactamente 5 doses?

c) ¿Y si nos aseguran que no saldrán más de 5 doses?

3. (2 puntos) ¿De cuántas formas se puede extraer del conjunto $\{1, 2, \dots, n\}$ un conjunto de r números de forma que no haya dos consecutivos? (Nota: éste es el ejercicio 5 de la Hoja 2).

4. (2 puntos) El sábado pasado saltaron al Santiago Bernabéu 22 jugadores. Al partido asistieron 60000 espectadores.

a) Demuestra que, con seguridad, dos de esos jugadores celebran su cumpleaños el mismo mes.

b) Demuestra que había al menos 10 espectadores que celebran su cumpleaños en la misma fecha.

c) ¿Cuál es el mayor número que podrías utilizar (en lugar del 10) en la afirmación anterior para que siguiera siendo cierta?

d) ¿Podemos asegurar que había algún espectador que celebrara su cumpleaños el mismo día del partido?