

Probabilidad I
Segundo de Matemáticas

Examen de septiembre, 10-9-2003

1. Se celebra un *casting* televisivo en dos sedes, Madrid y Sevilla. En Madrid se seleccionan 20 chicos y 30 chicas, que reunimos en una sala. Allí se mezclan alegremente (esto es, al azar) y se colocan en fila india. Lo mismo hacemos en Sevilla, donde se han seleccionado 30 chicos y 50 chicas.

Lanzamos una moneda (equilibrada): si sale cara, llamamos a Sevilla y escogemos al candidato que ocupe la primera posición de la lista. Si sale cruz, hacemos lo mismo, pero en Madrid.

- (a) ¿Cuál es la probabilidad de que el candidato elegido sea un chico?
- (b) Juan González es uno de los seleccionados en Sevilla. ¿Cuál es la probabilidad de que sea el candidato finalmente elegido?
- (c) Se ha efectuado el proceso de elección del candidato final, que resulta ser una chica. ¿Con qué probabilidad será “madrileña”?

2. En un reciente y apasionante estudio sobre la mosca del vinagre (*drosophila melanogaster*), se concluye que su tamaño (en milímetros) es una variable aleatoria, de la que sólo se sabe que su media es 1,3 y su varianza 0,2.

- (a) Si tomamos al azar una de estas moscas, ¿podrías estimar la probabilidad de que su tamaño *no esté* en el rango entre 0,8 y 1,8 milímetros?
- (b) Tomamos al azar 500 moscas, medimos sus tamaños y calculamos su media aritmética. ¿Qué podrías decir sobre la probabilidad de que ese número esté entre 1,31 y 1,33?

3. (a) Un cierto sistema está compuesto por dos subsistemas, A y B . Para que el sistema funcione, los subsistemas A y B tiene que estar *ambos* operativos. Tras un estudio detallado, modelamos la duración (en horas) de los subsistema A y B como variables aleatorias geométricas (independientes) de parámetro $p = 0,02$. ¿Cuál es la probabilidad de que el sistema completo funcione al menos 30 horas?

(b) Ahora rediseñamos nuestro sistema, de manera que el subsistema A está siempre activo, mientras que el B es un subsistema de refuerzo, que se activa en cuanto A falla (y sólo entonces). ¿Cuál es la probabilidad de que el sistema completo funcione al menos 20 horas?

4. Una ruleta tiene 64 casillas, etiquetadas con los números del 1 al 64. Las casillas de la 1 a la 16 están pintadas de rojo; las casillas de la 17 a la 40, de verde, y el resto de azul. Cada vez que la bola cae en una casilla roja, recibimos un premio de 3 euros; el premio es de 7 euros si cae en verde y de 5 si cae en azul.

(a) Giramos la ruleta un número grande de veces, N , anotamos los premios conseguidos y calculamos su media aritmética. ¿Qué esperamos obtener?

(b) ¿Y si tomamos la media de los inversos de los premios obtenidos?

(Explica con detalle el sentido de tus respuestas, enunciando el resultado que las justifique).

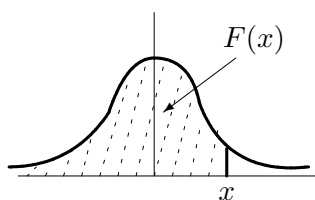
5. Hacemos el siguiente experimento: lanzamos tres monedas y contamos el número X de caras. Posteriormente, lanzamos X dados y llamamos Y a la suma de los resultados obtenidos. ¿Cuánto vale $\mathbf{E}(Y)$?

Notas y comentarios:

- Una variable X que sigue una distribución geométrica de parámetro $0 < p < 1$ toma valores $1, 2, 3, \dots$ con probabilidades

$$\begin{aligned} \mathbf{P}(X = k) &= p(1 - p)^{k-1}, & \text{para cada } k = 1, 2, 3, \dots \\ \mathbf{P}(X \geq k) &= (1 - p)^{k-1}, & \text{para cada } k = 1, 2, 3, \dots \end{aligned}$$

- Algunos valores de la función de distribución de una variable aleatoria normal de media 0 y varianza 1:



$$F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-t^2/2} dt$$

	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0,0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0,1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0,2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0,3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0,4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0,5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0,6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0,7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0,8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8079	0.8106	0.8133
0,9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1,0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1,1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1,2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1,3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1,4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1,5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1,6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1,7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1,8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1,9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2,0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2,1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2,2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2,3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2,4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2,5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2,6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2,7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2,8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2,9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3,0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990