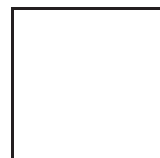
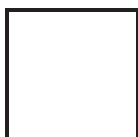
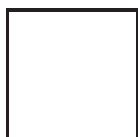
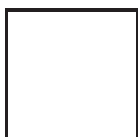
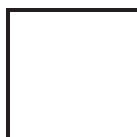


Matemática Discreta
Tercero de Matemáticas UAM, curso 2008-2009
Examen parcial, 26-11-2008

Nombre y Apellidos



- 1.** (2 puntos) Prueba combinatoriamente que

$$S(n+1, m+1) = \sum_{k=0}^{n-m} \binom{n}{k} S(n-k, m).$$

- 2.** (2 puntos) Los números de Catalan vienen dados por

$$C_n = \frac{1}{n+1} \binom{2n}{n}.$$

Calcula el valor de x para el que $C_{100} \approx 10^x$ (*Indicación:* puedes usar que $2^{10} \approx 10^3$).

- 3.** (2 puntos) Sabemos que

$$\frac{x}{1-x-x^2} = \sum_{n=0}^{\infty} F_n x^n \quad \text{y que} \quad \frac{1-\sqrt{1-4x}}{2x} = \sum_{n=0}^{\infty} C_n x^n,$$

donde F_n son los números de Fibonacci y C_n son los números de Catalan. Halla la función generatriz de los números $(a_n)_{n=0}^{\infty}$ dados por

$$a_n = n \underbrace{\sum_{k=0}^n F_k C_{n-k}}_{=b_n}.$$

(*Indicación:* halla primero la función generatriz de los b_n).

- 4.** (4 puntos) Queremos repartir 10 euros entre 5 personas, $\{P1, P2, P3, P4, P5\}$. Disponemos de suministro ilimitado de todas las monedas de curso legal: 1, 2, 5, 10, 20, 50 céntimos de euro, 1 y 2 euros. Halla (o da una forma de calcular) el número de maneras de hacer ese reparto si

- a) no atendemos a qué monedas se usan, y sólo nos interesa saber la cantidad que recibe cada persona;
- b) $P1$ exige recibir únicamente monedas de 1 céntimo, $P2$ sólo monedas de 5, $P3$ sólo monedas de 20, $P4$ únicamente monedas de 50, y $P5$ exclusivamente monedas de 1 euro.