

Conjuntos y Números
Primero de Matemáticas

Examen de febrero, 4-2-2003

1. (1,5 puntos) El número de la Bestia es el 666. Calcular el entero x ; $0 \leq x \leq 12$, para el que se verifica la ecuación

$$666^{666} - x = 13m$$

para algún entero m .

2. (2 puntos) En un curso hay entre 30 y 50 alumnos. Cuando se hacen grupos de 5 o de 11, siempre nos falta o nos sobra uno. ¿Cuántos alumnos hay en clase?

3. (3 puntos)

(a) Sea $X \subset \mathbb{R}$ el conjunto de los números reales de la forma $2^{-n} + 3^{-m}$; $m, n \in \mathbb{Z}$. ¿Es X numerable?

(b) La misma pregunta para el conjunto $X \subset \mathbb{R}^2$ siguiente:

$$X = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| + |y| = 1\}.$$

(c) La misma pregunta para el conjunto $X \subset [0, 1)$, donde X consta de los números en $[0, 1)$ en cuyos desarrollos decimales no aparece nunca el 9.

4. (2 puntos)

(a) Probar que \mathbb{Z} con su orden usual no es un conjunto bien ordenado.

(b) En \mathbb{R} se define la siguiente relación:

$$xRy \iff \begin{cases} xy = 1 \\ \text{ó} \\ x = y \end{cases}$$

- 1) Probar que R es una relación de equivalencia.
- 2) Describir las clases de equivalencia de 3, $-\frac{15}{17}$, $\sqrt{2}$, 1 y 0.
- 3) Describir el conjunto cociente \mathbb{R}/R .

5. (1,5 puntos)

(a) Escribir las soluciones en \mathbb{C} de la ecuación siguiente: $x^6 + x^3 - 2 = 0$.

(b) Representar gráficamente las soluciones.