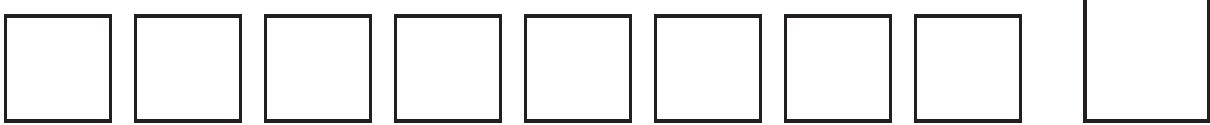


Álgebra I
Primero de Ingeniería Informática UAM, curso 2009-2010
Examen final, 3-2-2010

Nombre y Apellidos



- 1.** (1 punto) Calcula el inverso de 17 en \mathbb{Z}_{155} .
- 2.** (1 punto) Calcula el máximo común divisor de $p(x) = 2x^4 + 3x^2 + 2x^3 + x + 1$ y $q(x) = x^5 + 2x^3 + 2x^2 + x^4 + 2x + 1$.
- 3.** (2 puntos) Sean $g : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ y $h : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ las funciones dadas por

$$g(n) = \begin{cases} n/2 & \text{si } n \text{ es par,} \\ n & \text{si } n \text{ es impar;} \end{cases} \quad h(n) = n^2.$$

- a) Calcula las funciones $g \circ h$ y $h \circ g$.
- b) Comprueba si las funciones h y g son sobreyectivas e inyectivas.

- 4.** (1 punto) En el grupo de permutaciones S_n , consideramos el conjunto

$$A_n = \{g \in S_n : g \text{ tiene signo par}\}.$$

Comprueba que A_n es un subgrupo de S_n .

- 5.** (1 punto) En el conjunto $\mathcal{C} = \{(n, m) : n \in \{1, 2, \dots, 4\}, m \in \{1, 2, \dots, 5\}\}$ se define la relación de equivalencia \mathcal{R} dada por

$$[(n_1, m_1) \mathcal{R} (n_2, m_2)] \text{ si y sólo si } [\max(n_1, m_1) = \max(n_2, m_2)].$$

Describe las clases de equivalencia y cuenta cuántas distintas hay.

- 6.** (1 punto) Considera el grupo $G = (\mathbb{Z}_{16}^*, \cdot)$, es decir, el conjunto de los elementos invertibles de \mathbb{Z}_{16} . ¿Cuántos elementos tiene G ? Calcula el orden de todos ellos.
- 7.** (1 punto) Calcula los restos de dividir 6384^{2003} y 6389^{2003} entre 12.
- 8.** (2 puntos) Considera la permutación $\sigma \in S_{10}$ dada por la siguiente composición de ciclos:

$$\sigma = (1, 2, 3)(3, 5, 6, 8)(6, 8, 1, 10)(9, 10).$$

Calcula el orden y el signo de σ . ¿Quién es la permutación σ^{7002} ?