

**Álgebra I**  
**Primero de Ingeniería Informática UAM, curso 2009-2010**  
**Examen final, 3-2-2010**

**Nombre y Apellidos** .....

--	--	--	--	--	--	--	--	--

**1.** (1 punto) Calcula el inverso de 17 en  $\mathbb{Z}_{155}$ .

**2.** (1 punto) Calcula el máximo común divisor de  $p(x) = 2x^4 + 3x^2 + 2x^3 + x + 1$  y  $q(x) = x^5 + 2x^3 + 2x^2 + x^4 + 2x + 1$ .

**3.** (2 puntos) Sean  $g : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  y  $h : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  las funciones dadas por

$$g(n) = \begin{cases} n/2 & \text{si } n \text{ es par,} \\ n & \text{si } n \text{ es impar;} \end{cases} \quad h(n) = n^2.$$

a) Calcula las funciones  $g \circ h$  y  $h \circ g$ .

b) Comprueba si las funciones  $h$  y  $g$  son sobreyectivas e inyectivas.

**4.** (1 punto) En el grupo de permutaciones  $S_n$ , consideramos el conjunto

$$A_n = \{g \in S_n : g \text{ tiene signo par}\}.$$

Comprueba que  $A_n$  es un subgrupo de  $S_n$ .

**5.** (1 punto) En el conjunto  $\mathcal{C} = \{(n, m) : n \in \{1, 2, \dots, 4\}, m \in \{1, 2, \dots, 5\}\}$  se define la relación de equivalencia  $\mathcal{R}$  dada por

$$[(n_1, m_1) \mathcal{R} (n_2, m_2)] \text{ si y sólo si } [\text{máximo}(n_1, m_1) = \text{máximo}(n_2, m_2)].$$

Describe las clases de equivalencia y cuenta cuántas distintas hay.

**6.** (1 punto) Considera el grupo  $G = (\mathbb{Z}_{16}^*, \cdot)$ , es decir, el conjunto de los elementos invertibles de  $\mathbb{Z}_{16}$ . ¿Cuántos elementos tiene  $G$ ? Calcula el orden de todos ellos.

**7.** (1 punto) Calcula los restos de dividir  $6384^{2003}$  y  $6389^{2003}$  entre 12.

**8.** (2 puntos) Considera la permutación  $\sigma \in S_{10}$  dada por la siguiente composición de ciclos:

$$\sigma = (1, 2, 3)(3, 5, 6, 8)(6, 8, 1, 10)(9, 10).$$

Calcula el orden y el signo de  $\sigma$ . ¿Quién es la permutación  $\sigma^{7002}$ ?