

**Probabilidad y Estadística**  
**Segundo del grado en Telecomunicaciones, UAM, 2015-2016**

**Examen parcial 3, 21-12-2015**

*Nombre y Apellidos* .....

- 1.** (2 puntos) La variable aleatoria  $X$  tiene función de densidad

$$f_a(x) = \begin{cases} \frac{3}{2} \frac{x^2}{a^3} & \text{si } x \in [-a, a], \\ 0 & \text{en caso contrario.} \end{cases}$$

Aquí,  $a$  es un parámetro positivo.

Halla un estimador de  $a$  por el método de momentos para muestras aleatorias de tamaño  $n$  de la variable  $X$ .

- 2.** (2 puntos) Una variable aleatoria  $X$  toma el valor 0 con probabilidad  $p$ , el valor 1 con probabilidad  $p$ , y el valor 2 con probabilidad  $1 - 2p$ . Aquí,  $p$  es un parámetro entre 0 y 0.5.

Disponemos de una muestra aleatoria de  $X$  de tamaño 100 que contiene 30 ceros, 20 unos y 50 doses. Halla la estimación del parámetro  $p$  por máxima verosimilitud.

- 3.** (2 puntos) La variable  $X$  sigue una normal  $\mathcal{N}(\mu, \sigma)$ . Hemos realizado una muestra aleatoria  $(x_1, \dots, x_{10})$  de  $X$  de tamaño 10, obteniéndose los siguientes valores para la media y la varianza muestrales:

$$\bar{x} = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} x_i = 1.2 \quad \text{y} \quad v = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} (x_i - \bar{x})^2 = 4.$$

Halla el intervalo de confianza al 95 % para  $\mu$ .

- 4.** (2 puntos) Llamamos  $p_1$  a la proporción de votantes por el partido  $A$  en Madrid, y  $p_2$  a la proporción en Barcelona.

Una empresa demoscópica ha entrevistado a 1000 personas en Madrid, y se obtiene que un 30 % votará por el partido  $A$ . En una encuesta (también de 1000 personas) en Barcelona se obtiene un 33 % de votantes del partido  $A$ .

¿Hay evidencia estadística para afirmar, con nivel de significación del 5 %, que  $p_1 \neq p_2$ ?

- 5.** (2 puntos) Segundo un estudio de una consultora, en el mercado español de ordenadores hay un 65 % dotados con Windows, un 10 % con Linux, un 20 % con Mac, y un 5 % tienen otro sistema operativo. Para contrastar esta afirmación, realizamos una muestra aleatoria con 150 ordenadores, obteniéndose los siguientes resultados:

$$\text{Windows} \rightarrow 100, \quad \text{Linux} \rightarrow 24, \quad \text{Mac} \rightarrow 23, \quad \text{Otros} \rightarrow 3.$$

Con nivel de significación  $\alpha = 5\%$ , ¿podemos rechazar la hipótesis de la consultora?

---

**Percentiles de la  $\chi^2$  con  $n$  grados de libertad ( $n = 1, \dots, 12$ ),  $\alpha = 5\%$ :**

$n$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$\chi^2_{\{n;5\%}\}$	3.84	5.99	7.81	9.49	11.07	12.59	14.07	15.51	16.92	18.31	19.68	21.03

**Algunos percentiles de la  $t$  de Student con  $n$  grados de libertad ( $n = 1, \dots, 12$ ):**

$n$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$t_{\{n;0.5\%}\}$	63.66	9.92	5.84	4.60	4.03	3.71	3.50	3.36	3.25	3.17	3.11	3.05
$t_{\{n;1.0\%}\}$	31.82	6.96	4.54	3.75	3.36	3.14	3.00	2.90	2.82	2.76	2.72	2.68
$t_{\{n;2.5\%}\}$	12.71	4.30	3.18	2.78	2.57	2.45	2.36	2.31	2.26	2.23	2.20	2.18
$t_{\{n;5\%}\}$	6.31	2.92	2.35	2.13	2.02	1.94	1.89	1.86	1.83	1.81	1.80	1.78

**Algunos valores de percentiles de la normal estándar:**

$\alpha$	5 %	4.5 %	4.0 %	3.5 %	3.0 %	2.5 %	2.0 %	1.5 %	1.0 %	0.5 %
$z_\alpha$	1.645	1.695	1.751	1.812	1.881	1.960	2.054	2.170	2.326	2.576