

Probabilidad y Estadística
Segundo del grado en Telecomunicaciones, UAM, 2015-2016

Examen parcial 3, 21-12-2015

Nombre y Apellidos

--	--	--	--	--	--

1. (2 puntos) La variable aleatoria X tiene función de densidad

$$f_a(x) = \begin{cases} \frac{3}{2} \frac{x^2}{a^3} & \text{si } x \in [-a, a], \\ 0 & \text{en caso contrario.} \end{cases}$$

Aquí, a es un parámetro positivo.

Halla un estimador de a por el método de momentos para muestras aleatorias de tamaño n de la variable X .

2. (2 puntos) Una variable aleatoria X toma el valor 0 con probabilidad p , el valor 1 con probabilidad p , y el valor 2 con probabilidad $1 - 2p$. Aquí, p es un parámetro entre 0 y 0.5.

Disponemos de una muestra aleatoria de X de tamaño 100 que contiene 30 ceros, 20 unos y 50 doses. Halla la estimación del parámetro p por máxima verosimilitud.

3. (2 puntos) La variable X sigue una normal $\mathcal{N}(\mu, \sigma)$. Hemos realizado una muestra aleatoria (x_1, \dots, x_{10}) de X de tamaño 10, obteniéndose los siguientes valores para la media y la varianza muestrales:

$$\bar{x} = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} x_i = 1.2 \quad \text{y} \quad v = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} (x_i - \bar{x})^2 = 4.$$

Halla el intervalo de confianza al 95 % para μ .

4. (2 puntos) Llamamos p_1 a la proporción de votantes por el partido A en Madrid, y p_2 a la proporción en Barcelona.

Una empresa demoscópica ha entrevistado a 1000 personas en Madrid, y se obtiene que un 30 % votará por el partido A . En una encuesta (también de 1000 personas) en Barcelona se obtiene un 33 % de votantes del partido A .

¿Hay evidencia estadística para afirmar, con nivel de significación del 5 %, que $p_1 \neq p_2$?

5. (2 puntos) Según un estudio de una consultora, en el mercado español de ordenadores hay un 65 % dotados con Windows, un 10 % con Linux, un 20 % con Mac, y un 5 % tienen otro sistema operativo. Para contrastar esta afirmación, realizamos una muestra aleatoria con 150 ordenadores, obteniéndose los siguientes resultados:

Windows \rightarrow 100, Linux \rightarrow 24, Mac \rightarrow 23, Otros \rightarrow 3.

Con nivel de significación $\alpha = 5 \%$, ¿podemos rechazar la hipótesis de la consultora?

Percentiles de la χ^2 con n grados de libertad ($n = 1, \dots, 12$), $\alpha = 5\%$:

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$\chi^2_{\{n;5\% \}}$	3.84	5.99	7.81	9.49	11.07	12.59	14.07	15.51	16.92	18.31	19.68	21.03

Algunos percentiles de la t de Student con n grados de libertad ($n = 1, \dots, 12$):

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$t_{\{n;0.5\% \}}$	63.66	9.92	5.84	4.60	4.03	3.71	3.50	3.36	3.25	3.17	3.11	3.05
$t_{\{n;1.0\% \}}$	31.82	6.96	4.54	3.75	3.36	3.14	3.00	2.90	2.82	2.76	2.72	2.68
$t_{\{n;2.5\% \}}$	12.71	4.30	3.18	2.78	2.57	2.45	2.36	2.31	2.26	2.23	2.20	2.18
$t_{\{n;5\% \}}$	6.31	2.92	2.35	2.13	2.02	1.94	1.89	1.86	1.83	1.81	1.80	1.78

Algunos valores de percentiles de la normal estándar:

α	5 %	4.5 %	4.0 %	3.5 %	3.0 %	2.5 %	2.0 %	1.5 %	1.0 %	0.5 %
z_α	1.645	1.695	1.751	1.812	1.881	1.960	2.054	2.170	2.326	2.576