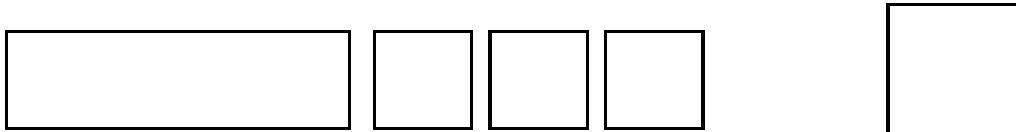


**Probabilidad y Estadística**  
**Segundo del grado en Telecomunicaciones, UAM, 2014-2015**

**Examen parcial, 12-11-2014**

*Nombre y Apellidos* .....



**1.** (4 puntos) Contesta razonadamente a las siguientes preguntas:

- La variable  $X$  toma 201 valores distintos:  $\{-100, -99, \dots, -1, 0, 1, \dots, 99, 100\}$ , cada uno de ellos con probabilidad  $1/201$ . Definimos ahora la variable  $Y = \sqrt{X^2 + 1}$ . ¿Cuántos valores distintos toma la variable  $Y$ ? ¿Cuáles? ¿Con qué probabilidades?
- La variable aleatoria  $X$  sigue una exponencial de parámetro  $\lambda = 2$ . Se toman 900 muestras independientes de  $X$  y se calcula la media aritmética de ellas. ¿Cuál es la probabilidad de que ese promedio sea mayor que 0.51?
- Se lanza dos veces el dado (regular, equilibrado). La variable  $X$  vale 1 si la puntuación total es par, y 0 si es impar. La variable  $Y$  vale 1 si la máxima puntuación obtenida es un 5, y 0 en caso contrario. ¿Son  $X$  e  $Y$  independientes?
- La variable  $X$  tiene función de densidad  $f(x) = |x|$ , si  $x \in [-1, 1]$  (y vale 0 en el resto). Calcula la función de distribución  $F_X(x) = \mathbf{P}(X \leq x)$  y dibuja su gráfica.

**2.** (2 puntos) Un vector aleatorio  $(X, Y)$  tiene función de densidad conjunta

$$f(x, y) = \begin{cases} C x y & \text{si } x \in [0, 1] \text{ e } y \in [0, 1]; \\ 0 & \text{en cualquier otro caso.} \end{cases}$$

- Halla el valor de  $C$ .
- Calcula la probabilidad de que  $Y \leq X^2$ .

**3.** (2 puntos) Tenemos una baraja española con 40 cartas (hay cuatro ases en la baraja). Vamos a ir lanzando cartas sobre la mesa hasta que salga un as. El juego acaba en cuanto sale ese primer as.

- En la primera versión del juego, tras lanzar cada carta, ésta se devuelve al montón, y se vuelven a mezclar las cartas. ¿Cuál es la probabilidad de que salga el primer as en el tercer lanzamiento? ¿Cuánto tarda el juego, en media, en terminar?
- En una segunda versión, las cartas no se devuelven al montón. ¿Cuál es la probabilidad de que salga el primer as en el quinto lanzamiento?

**4.** (2 puntos) Tenemos una variable aleatoria  $X$  normal de parámetros  $\mu = 1$  y  $\sigma = 2$ . Se sortean 10 muestras (independientes) de  $X$ .

- ¿Cuál es la probabilidad de que la tercera caiga en el intervalo  $(0, 2)$ ?
- ¿Cuál es la probabilidad de que al menos 8 de ellas caigan fuera del intervalo  $(0, 2)$ ?

---

*Notas.*

- Las respuestas a cuestiones que se refieran a la normal se pueden (y **se deben**) dejar escritas en términos de  $\Phi$ , la función de distribución de la normal estándar.
- Si  $X$  es una variable  $\text{EXP}(\lambda)$ , para  $\lambda > 0$ , entonces tiene función de densidad  $f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$  si  $x \geq 0$  (y 0 en caso contrario). Su media es  $\mathbf{E}(X) = 1/\lambda$ , y su varianza  $\mathbf{V}(X) = 1/\lambda^2$ .
- Si  $X$  es una variable  $\text{BIN}(n, p)$ , donde  $n$  es un entero positivo y  $0 < p < 1$ , entonces toma valores  $0, 1, \dots, n$ , de manera que cada valor  $j$  se toma con probabilidad  $\mathbf{P}(X = j) = \binom{n}{j} p^j (1-p)^{n-j}$ . La media de  $X$  es  $\mathbf{E}(X) = np$ , y su varianza  $\mathbf{V}(X) = np(1-p)$ .