

Cálculo I
Primer curso del Grado en Matemáticas, UAM
Curso 2010-2011
Ejercicios extra, 26 de octubre de 2010

1. Definimos el seno y el coseno hiperbólicos como

$$\sinh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2} \quad \text{y} \quad \cosh(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

- a) Comprueba que

$$\cosh^2(x) - \sinh^2(x) = 1 \quad \text{para todo } x \in \mathbb{R}.$$

- b) Dibuja la gráfica aproximada de la función

$$\tanh(x) = \frac{\sinh(x)}{\cosh(x)}.$$

2. Prueba que

$$e^{n^2} \geq n^n \quad \text{para todo } n \geq 1.$$

(Indicación: convéncete primero de que el logaritmo neperiano es una función creciente y luego toma logaritmos).

3. a) Demuestra que si a^2 es un múltiplo de 3, entonces a también es un múltiplo de 3.
b) Demuestra que $\sqrt{3}$ es un número irracional.

(Indicación (para ambos ejercicios): argumenta por reducción al absurdo.)