Probabilidad y Estadística
Segundo del grado en Ingeniería Informática, UAM, 2017-2018

Segundo examen parcial, 4 de mayo de 2018

---

1. Una variable aleatoria X tiene función de densidad

$$f_\theta(x) = \begin{cases} (1+\theta)\, x^\theta, & \text{si } x \in [0,1]; \\ 0, & \text{en caso contrario.} \end{cases}$$

Aquí, θ es un parámetro positivo.

Se dispone de una muestra de X de tamaño 100. La suma de los datos de la muestra vale 6, y su producto vale e^{-50}.

Calcula la estimación de θ por máxima verosimilitud.

2. Una variable X toma los siguientes valores con las probabilidades que se indican:

valores	1	2	3
probabilidades	θ	$1/2$	$1/2-\theta$

Aquí, θ es un parámetro, $0 \le \theta \le 1/2$.

Disponemos de una muestra de tamaño 100 de X que contiene: 30 unos, 52 doses y 18 treses.

Calcula la estimación de θ por el método de momentos.

3. La empresa TELIN fabrica procesadores. Una proporción p de ellos salen defectuosos de fábrica.

El gerente de la empresa desea estimar p de modo que el error en la estimación sea, como mucho, del 2 %.

Para ello, pedirá tomar una muestra de procesadores, en la que calculará la proporción (en la muestra) de defectuosos.

¿Cuál es el *tamaño mínimo* de esa muestra que garantiza obtener, con una probabilidad del 99 %, la estimación de p con la precisión citada?

4. Se pretende comparar el número de líneas de código en C que utilizan los alumnos de primero y de cuarto para implementar un mismo algoritmo. Se supone que, en primero, ese número de líneas de código sigue una normal $\mathcal{N}(\mu_1, \sigma_1)$, mientras que el modelo para los alumnos de cuarto es una normal $\mathcal{N}(\mu_2, \sigma_2)$.

Se analizan 40 códigos de alumnos de primero, y se obtiene una media muestral de 123 y una cuasidesviación típica de 20.

Se analizan 30 códigos de alumnos de cuarto, y se obtiene una media muestral de 76 y una cuasidesviación típica de 10.

Calcula el intervalo de confianza (al 95 %) para el cociente de varianzas σ_1^2/σ_2^2.

5. El servidor de la web de una empresa recibe X peticiones diarias, donde X es una variable aleatoria $\mathcal{N}(\mu, \sigma)$. La empresa consideraría imprescindible adquirir un servidor más potente si el número medio de peticiones diarias fuera superior a 5000.

Para tomar la decisión, pide a sus técnicos los datos de acceso de las últimas dos semanas. La media de esos 14 datos es 5100, y la cuasidesviación típica, 200.

¿Hay evidencia estadística suficiente, con un nivel de significación $\alpha = 5\,\%$, para tomar la decisión de comprar un nuevo servidor?

Percentiles de la χ^2 con n grados de libertad ($n = 1, \ldots, 12$), $\alpha = 5\,\%$:

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$\chi^2_{\{n;5\,\%\}}$	3.841	5.991	7.815	9.488	11.070	12.592	14.067	15.507	16.919	18.307	19.675	21.026

Algunos percentiles de la t de Student con n grados de libertad ($n = 1, \ldots, 24$):

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$t_{\{n;5\,\%\}}$	6.314	2.920	2.353	2.132	2.015	1.943	1.895	1.860	1.833	1.812	1.796	1.782
n	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
$t_{\{n;5\,\%\}}$	1.771	1.761	1.753	1.746	1.740	1.734	1.729	1.725	1.721	1.717	1.714	1.711

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$t_{\{n;2.5\,\%\}}$	12.706	4.303	3.182	2.776	2.571	2.447	2.365	2.306	2.262	2.228	2.201	2.179
n	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
$t_{\{n;2.5\,\%\}}$	2.160	2.145	2.131	2.120	2.110	2.101	2.093	2.086	2.080	2.074	2.069	2.064

Algunos valores de percentiles de la normal estándar:

α	5 %	4.5 %	4.0 %	3.5 %	3.0 %	2.5 %	2.0 %	1.5 %	1.0 %	0.5 %
z_α	1.645	1.695	1.751	1.812	1.881	1.960	2.054	2.170	2.326	2.576

Algunos valores de percentiles $F_{\{n_1,n_2;\alpha\}}$ de la F de Fisher con n_1 y n_2 grados de libertad:

α	2.5 %	5 %	95 %	97.5 %
$F_{\{39,29;\alpha\}}$	2.033	1.809	0.569	0.510
$F_{\{29,39;\alpha\}}$	1.962	1.759	0.553	0.492