
Probabilidad y Estadística
Segundo del grado en Ingeniería Informática, UAM, 2017-2018

Examen final, 16 de mayo de 2018

- 1.** Se recogen las notas de 7 alumnos de instituto en dos asignaturas, matemáticas y física. Se obtienen los siguientes resultados:

Alumno número	1	2	3	4	5	6	7
Nota en física	2.9	4.0	3.8	6.3	8.6	8.5	9.4
Nota en matemáticas	3.1	4.3	5.1	6.2	6.9	8.3	9.0

- (a) Escribe la ecuación de la recta de regresión de $Y = \text{nota en física}$, sobre $X = \text{nota en matemáticas}$.
(b) Calcula el coeficiente de correlación de (X, Y) , e interprétilo.
(c) Usa la recta de regresión para dar una estimación de la nota que podría obtener un alumno en física si ha obtenido un 7.5 en matemáticas.

- 2.** A una cuenta de correo electrónico, el 25 % de mensajes que llegan son de publicidad, el 35 % son de notificaciones de redes sociales, y el resto son de otro tipo. El servidor de correo cuenta con un algoritmo de clasificación, con el que:

- si un mensaje recibido es de publicidad, se envía a la carpeta de correo indeseado (spam) con probabilidad 80 %;
- si el mensaje es de redes sociales, se manda al spam con probabilidad 50 %;
- y si el mensaje es de otro tipo, se envía al spam con probabilidad p .

Se sabe, además, que la probabilidad de que un mensaje genérico acabe en la carpeta de spam es del 41.5 %. Halla

- a) la probabilidad de que un mensaje, que no sea de publicidad ni de redes sociales, haya permanecido en la carpeta de entrada;
- b) y la probabilidad de que un mensaje que ha sido mandado a la carpeta de spam sea de publicidad.

- 3.** La tortuga pintada occidental tiene un hermoso caparazón verde cubierto de reticulaciones amarillas y naranjas, y un plastrón rojizo sorprendente. Se encuentran en Canadá y el noroeste de Estados Unidos.

Se modela la longitud (en mm) de los estas tortugas con una distribución $N(\mu = 130, \sigma = 2)$.

- (a) Elegimos al azar (independientemente unas de otras) 5 tortugas. Calcula la probabilidad de que al menos 4 de ellas tengan una longitud inferior a 132 mm.
- (b) Elegimos al azar (independientemente unas de otras) otras 100 tortugas. Si las colocamos en fila, ¿cuál es la probabilidad de que esa fila mida menos de 13600 mm?

Nota: puedes dejar las respuestas en términos de valores de la función $\Phi(x)$ de distribución de una normal estándar.

- 4.** Sea (X, Y) un vector aleatorio con función de densidad conjunta

$$f_{(X,Y)}(x, y) = \begin{cases} \frac{4}{3}(x + xy) & \text{si } (x, y) \in (0, 1) \times (0, 1), \\ 0, & \text{en caso contrario.} \end{cases}$$

- (a) Calcula las esperanzas $\mathbf{E}(X)$ y $\mathbf{E}(Y)$.
- (b) Calcula la covarianza entre X y Y . ¿Son incorreladas?

5. Disponemos de una moneda, que tiene una probabilidad p de salir cara, con la que haremos (varias veces) el siguiente experimento: la lanzamos hasta la primera vez que sale cara, y anotamos cuántos lanzamientos han sido necesarios.

Este experimento se ha hecho 7 veces, y se han obtenido los siguientes resultados: 1, 2, 7, 4, 3, 9, 1.

Halla la estimación de p por máxima verosimilitud.

6. Se desea comparar la proporción de viviendas con energía solar en Asturias y en Murcia. Se hace un muestreo en las dos comunidades, con los siguientes resultados:

- Asturias: de 500 viviendas elegidas al azar, 20 disponían de energía solar.
- Murcia: de 1000 viviendas elegidas al azar, 55 disponían de energía solar.

¿Hay suficiente evidencia estadística para concluir, con un nivel de significación del 5%, que la proporción de viviendas con energía solar en Asturias es *menor* que la proporción en Murcia?

Ecuación de la recta de regresión de Y sobre X a partir de unos datos (x, y) :

$$y - \bar{y} = \frac{\text{cov}_{x,y}}{V_x} (x - \bar{x}).$$

Percentiles de la χ^2 con n grados de libertad ($n = 1, \dots, 12$), $\alpha = 5\%$:

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$\chi^2_{\{n;5\%}\}$	3.841	5.991	7.815	9.488	11.070	12.592	14.067	15.507	16.919	18.307	19.675	21.026

Algunos percentiles de la t de Student con n grados de libertad ($n = 1, \dots, 24$):

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$t_{\{n;5\%}\}$	6.314	2.920	2.353	2.132	2.015	1.943	1.895	1.860	1.833	1.812	1.796	1.782
n	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
$t_{\{n;5\%}\}$	1.771	1.761	1.753	1.746	1.740	1.734	1.729	1.725	1.721	1.717	1.714	1.711
n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$t_{\{n;2.5\%}\}$	12.706	4.303	3.182	2.776	2.571	2.447	2.365	2.306	2.262	2.228	2.201	2.179
n	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
$t_{\{n;2.5\%}\}$	2.160	2.145	2.131	2.120	2.110	2.101	2.093	2.086	2.080	2.074	2.069	2.064

Algunos valores de percentiles de la normal estándar:

α	5 %	4.5 %	4.0 %	3.5 %	3.0 %	2.5 %	2.0 %	1.5 %	1.0 %	0.5 %
z_α	1.645	1.695	1.751	1.812	1.881	1.960	2.054	2.170	2.326	2.576

Algunos valores de percentiles $F_{\{n_1, n_2; \alpha\}}$ de la F de Fisher con n_1 y n_2 grados de libertad:

α	2.5 %	5 %	95 %	97.5 %
$F_{\{39,29;\alpha\}}$	2.033	1.809	0.569	0.510
$F_{\{29,39;\alpha\}}$	1.962	1.759	0.553	0.492