Grado en Ingeniería Informática, curso 2017-18
Probabilidad y Estadística — Hoja 2

Probabilidad básica

Cálculo de probabilidades

1. En una ciudad se publican 3 periódicos A, B y C. El 30% de la población lee A, el 20% lee B y el 15% lee C; el 12% lee A y B, el 9% A y C, el 6% B y C; finalmente el 3% lee A, B y C. Se pide:

a) Porcentaje de personas que leen, al menos, uno de los tres periódicos.
b) Porcentaje que lee sólo A.
c) Porcentaje que lee B o C, pero no A.
d) Porcentaje de personas que o leen A, o no leen ni B ni C.

2. Un espacio muestral Ω consta de 100 elementos, $\Omega = \{\omega_1, \ldots, \omega_{100}\}$. A cada elemento ω_j le asignamos una probabilidad $\mathbf{P}(\{\omega_j\}) = p_j$, para $j = 1, \ldots, 100$, unos números positivos que suman 1. Consideramos los sucesos

$$A = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \ldots, \omega_{50}\} \quad \text{y} \quad B = \{\omega_2, \omega_4, \omega_6, \ldots, \omega_{100}\}.$$

Calcula $\mathbf{P}(A \cup B)$ y $\mathbf{P}(A \cap B)$.

3. Disponemos de una urna con 26 bolas rojas, 1 bola azul y 57 bolas negras. Las bolas son indistinguibles, salvo por su color.

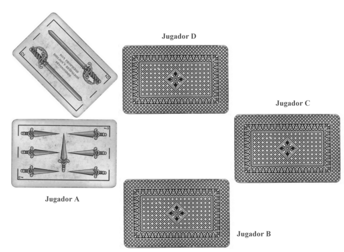
a) Efectuamos el siguiente experimento: extraemos una bola, anotamos su color, y la devolvemos a la urna. Esto lo hacemos doce veces seguidas. Describe el espacio muestral Ω y calcula su tamaño.

b) El experimento ahora es el mismo, salvo que en cada paso no devolvemos a la urna la bola extraída. Describe el espacio muestral Ω. ¿Cuántos elementos tiene Ω?

4. Se lanza un dado ("equilibrado") 10 veces. Calcular la probabilidad de que

a) salga al menos un 6;
b) no salga ni el 2 ni el 3;
c) salga exactamente un 6.

5. Estamos jugando a la pocha y tenemos la siguiente partida: sobre el mazo de cartas está el 2 de espadas (espadas es, por tanto, la "pinta"). El jugador A, que es mano (esto es, el primero en jugar), tiene un 7 de espadas. Lo único que nos interesa saber es que, con las reglas del juego, sólo hay en la baraja 5 cartas que superen el valor de su carta (sota, caballo, rey, tres y as de espadas). ¿Cuál es la probabilidad de que A pierda la jugada?



6. a) Sea un dado tal que la probabilidad de cada cara es proporcional al número de puntos inscrito en ella. Halla la probabilidad de obtener con este dado un número par.

b) En el dado 1, la probabilidad de que salga cada una de las caras es proporcional al número de puntos inscrito en ellas. El dado 2, por su parte, es "equilibrado" (es decir, es igualmente probable que salga cada una de las caras). Lanzamos ambos dados. Calcula la probabilidad de obtener un 10 en la puntuación total.

7. a) El temario de una oposición consta de 71 temas. En el examen se eligen dos temas al azar y el opositor tiene que desarrollar uno a su elección. ¿Cuántos temas hay que preparar para tener una probabilidad del 90% de pasar el examen?

b) Si se eligen 3 temas al azar y el opositor tiene que desarrollar (bien) 2 a su elección, ¿cuál es la probabilidad de pasar el examen si se ha preparado el número de temas calculado antes?

8. Una apuesta a la lotería primitiva consiste en seleccionar seis de los números del 1 al 49. Hacemos una apuesta.

a) ¿Cuál es la probabilidad de acertar la combinación ganadora?

b) ¿Y la de no acertar número alguno?

c) ¿Y la de acertar *exactamente* uno?

Probabilidad condicionada, regla de Bayes

9. La cuarta parte de una población ha sido vacunada contra una enfermedad infecciosa. En el transcurso de una epidemia de dicha enfermedad, se constata que entre los enfermos hay un vacunado por cada cuatro no vacunados.

(a) Compara la proporción de enfermos entre los vacunados con la proporción de enfermos en la población total.

(b) Si se sabe que la epidemia ha afectado a uno de cada 12 vacunados, ¿cuál era la probabilidad de caer enfermo para un individuo no vacunado?

10. Los reyes de Pomoronia tienen dos descendientes. ¿Cuál es la probabilidad de que el joven príncipe tenga una hermana?

11. Se ha hecho un estudio de 100 000 coches utilitarios de tres marcas A, B y C durante un año, resultando los siguientes datos:

	A	B	C
Tuvieron un accidente	650	200	150
No tuvieron un accidente	49350	19800	29850

(a) ¿Cuál de las tres marcas ha resultado ser más segura?

(b) Calcula la probabilidad de que si un coche ha sufrido un accidente sea de la marca A.

12. Tenemos tres tarjetas, de las cuales una tiene ambas caras rojas, otra ambas caras blancas y la tercera una cara blanca y la otra roja. Se extrae una al azar, y se coloca sobre la mesa.

(a) ¿Cuál es la probabilidad de que la cara de arriba sea roja?

(b) Si la cara de arriba es roja, ¿cuál es la probabilidad de que la de abajo también lo sea?

13. Una cierta red de ordenadores está conectada a tres impresoras A, B y C, que tienen distinta calidad de funcionamiento en la impresión. A la hora de imprimir un documento, la red lo puede enviar a una (y sólo una) de las tres impresoras con probabilidades 70%, 25% y 5% respectivamente. Existe la posibilidad de que dichas impresoras destruyan el documento por posibles atascos y esto ocurre con probabilidades 2%, 3% y 10% respectivamente.

(a) ¿Cuál es la probabilidad de que un documento se destruya?

(b) Suponiendo que un documento se ha destruido, determina la probabilidad de que haya salido de la impresora C.

14. Una prueba diagnóstica para un cierto tipo de cáncer tiene probabilidad del 96% de resultar positiva si el paciente tiene cáncer. El 95% de los individuos sin cáncer dan prueba negativa. Se elige un individuo al azar en una población de personas, de las cuales el 0.5% tienen dicho tipo de cáncer. Calcula:

(a) La probabilidad de que el individuo dé positivo y tenga cáncer.

(b) La probabilidad de que el individuo dé positivo y no tenga cáncer.

(c) Si sabemos que el individuo ha dado resultado positivo, ¿cuál es la probabilidad de que tenga realmente cáncer?