

Inicial del primer apellido:

EXAMEN EXTRAORDINARIO, CONVOCATORIA 17 DE JUNIO DE 2016

--	--	--	--	--	--	--	--

APELLIDOS, NOMBRE _____

D.N.I./PASAPORTE _____ FIRMA _____

Se deben justificar todas las respuestas.

1. A las próximas elecciones se presentan n partidos políticos. Cada elector los va a ordenar, según sus preferencias, en diversas categorías: los que más le gustan, los de la siguiente categoría, etc. Obsérvese que se permiten “empates” entre preferencias. Denominamos rankings a estas ordenaciones.

Por ejemplo, si $n = 2$, y los partidos fueran A y B , tendríamos tres rankings distintos: A y B por igual, primero A y luego B , o primero B y luego A .

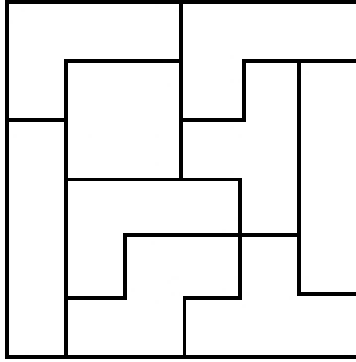
- (a) ¿Cuántos rankings distintos puede establecer un elector en estas elecciones, a las que concurren n partidos?
- (b) Consideramos ahora N votantes. Cada uno establece su ranking. Llamamos a esta lista de opiniones individuales un ranking social. ¿Cuántos rankings sociales distintos hay?
- (c) Un sistema de elección social (o máquina de Arrow) es un procedimiento que a cada ranking social le asigna un ranking (que no tiene por qué coincidir necesariamente con ninguno de los rankings individuales). ¿Cuántas máquinas de Arrow distintas hay?

2. La baraja española está formada por 40 cartas y tiene 10 cartas de cada tipo (palo): oros, bastos, espadas y copas.
¿De cuántas formas se pueden seleccionar 5 cartas de las 40 con la propiedad que al menos se tenga una de cada tipo?

3. Decide si existe un grafo con 10 vértices, de los cuales 5 son de grado 1, 4 de grado par (no nulo), y uno de grado impar (mayor que 1) y con
- (a) 7 aristas;
 - (b) 8 aristas;
 - (c) 9 aristas.

Nota: si crees que existe, descríbelo/dibújalo; en caso contrario, argumenta por qué no puede existir.

4. El genial pintor británico Cisfran Banoc está preparando una nueva serie de cuadros inspirados en el juego del Tetris. En la fase inicial ha diseñado la configuración que aparece en la figura:



Dispone de una paleta de 10 colores. En pleno delirio cromático, decide que las coloraciones han de seguir unos ciertos patrones:

- Para empezar, las dos piezas verticales 4×1 han de ir del mismo color, y ese color no podrá usarse en las restantes.
- Además, fichas contiguas deberán llevar colores distintos (contiguas significa que tienen al menos un lado en común).

Planea comercializar una serie (numerada) en la que cada copia sea distinta de las demás. ¿Qué máximo número de ejemplares puede tener esa serie?

5. La sucesión $\{a_n\}_{n=0}^{\infty}$ viene definida por

$$\begin{cases} a_0 = 1, \\ a_1 = 2, \\ a_n = a_{n-1} + 2a_{n-2} + n \quad \text{si } n \geq 2. \end{cases}$$

Resuelve la ecuación de recurrencia.

6. Cada día en la vida del Dr Doofenshmirtz es un compendio de calamidades:

- El doctor puede confundir o no confundir la pasta de dientes con la crema de afeitar al lavarse los dientes.
- El doctor puede derramar o no su café sobre el teclado del ordenador al desayunar.
- El doctor puede caerse y doblarse el tobillo cero o cualquier número de veces durante el día.
- Perry el Ornitorrinco puede frustrar los planes de destrucción masiva del doctor un número par de veces.

Calcular el número de combinaciones distintas de n calamidades que el doctor puede sufrir en un día.

