ÁLGEBRA LINEAL Y GEOMETRÍA

Hoja 6. Espacio afín ii

1. Considera el siguiente par de rectas del espacio afín $\mathbb{A}^3$:

$$r := (1,0,1) + \left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ \alpha \\ 0 \end{pmatrix} \right\rangle \quad \text{y} \quad s := (1,1,2) + \left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ \beta \end{pmatrix} \right\rangle.$$

a) Estudia la posición relativa de r y s en función de los valores de α y β.

b) Describe la variedad lineal suma afín de r y s, también en función de los valores de α y β.

2. En el espacio afín $\mathbb{A}^3$, estudia la posición relativa de las variedades lineales

$$t := (1,0,0) + \left\langle \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \right\rangle \quad \text{y} \quad w := \{(x,y,z) : x + 2y + z = 1\}.$$

En caso de incidencia, describe las variedades lineales intersección y suma afín de r y s.

3. Considera la familia de planos $2\lambda x + (\lambda+1)y - 3(\lambda-1)z + 2\lambda - 4 = 0$ en $\mathbb{A}^3$.

a) Demuestra que estos planos tienen una recta en común.

b) Determina los planos de la familia que pasan por el punto $(1,-1,2)$.

c) ¿Cuáles de los planos de esta familia son paralelos a la recta L dada por las ecuaciones implícitas

$$x + 3z - 1 = 0, \; y - 5z + 2 = 0 \text{ ?}$$

4. Encuentra la recta que corta a las rectas

$$s = \begin{cases} x - y + z = 0 \\ x + 2y + 3z + 4 = 0 \end{cases} \quad \text{y} \quad t = \begin{cases} x + y + 3z - 1 = 0 \\ x + 2z - 5 = 0 \end{cases},$$

y pasa por $P = (1,6,-3)$.

5. Consideremos las rectas $L_1 = \{x + y + z = x + 2y = 0\}$, $L_2 = \{2x + 2y + z = 3, \; x + y = 2\}$ y $L_3 = \{3x + 2y + 2z = 2, \; 2x + y + z = 0\}$ del espacio afín $\mathbb{A}^3_{\mathbb{R}}$.

a) Demuestra que se cruzan dos a dos.

b) ¿Existe algún plano π paralelo a las tres rectas?