

ÁLGEBRA LINEAL Y GEOMETRÍA

Hoja 12. CÓNICAS II

1. Clasifica (y da las ecuaciones del movimiento de \mathbb{R}^2 que las llevan a su forma canónica) las siguientes cónicas:

a) $x^2 - 2xy + y^2 + 4x - 6y + 1 = 0$.

b) $2x - 2x^2 + y^2 + 4xy - 1 = 0$.

c) $x^2 - 2y^2 - xy + 2x + 5y - 3 = 0$.

2. Clasifica las cónicas de ecuación

$$\alpha x^2 + 2\beta xy + \alpha y^2 + (\alpha + \beta)(x + y) + 1 = 0$$

para los distintos valores de los parámetros $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

3. En el sistema de referencia ortonormal usual, considera la cónica de ecuación

$$x^2 - 2xy + y^2 + x + y = 0.$$

a) Determina el tipo de cónica y decide si es degenerada o no.

b) Encuentra un sistema de referencia ortonormal respecto al que la ecuación de la cónica sea canónica.

c) Describe los elementos geométricos de la cónica (centro, ejes, focos, asíntotas, directriz) respecto al sistema de referencia usual.

4. Clasifica la cónica de ecuación $x^2 - xy + y^2 - 3x - 2 = 0$. Determina su(s) foco(s) y su eje principal con respecto al sistema de referencia usual.

5. Consideremos el plano afín $A_{\mathbb{R}}^2$ con el sistema de referencia habitual. Clasifica la cónica de ecuación

$$x^2 + y^2 + 4xy + 2x + 2/3 = 0$$

y *describe* sus elementos geométricos (centro, focos, ejes, directriz, asíntotas) siempre con respecto al sistema de referencia habitual.