Análisis matemático II
Ingeniería de tecnologías y servicios de telecomunicación
Curso 2016-2017

Primer parcial, 10 de marzo de 2017

1. (1 punto) Sea $\vec{u} = (\cos\vartheta, \operatorname{sen}\vartheta)$ la dirección en la que la función $f(x, y) = 2x^3 + 3y^2$ crece más rápidamente desde el punto $(-1, 1)$. Calcula el valor de ϑ.

2. (2 puntos) Describe y esboza un dibujo de:

a) el lugar de puntos de $\mathbb{R}^3$ cuyas coordenadas esféricas $(\rho, \vartheta, \varphi)$ verifican

$$\rho \leq 2, \qquad 0 \leq \vartheta \leq \frac{\pi}{4}, \qquad 0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2};$$

b) el lugar de puntos de $\mathbb{R}^3$ cuyas coordenadas cilíndricas (r, ϑ, z) satisfacen

$$r = \cos(\vartheta), \qquad 0 \leq z \leq 2;$$

3. (2 puntos)

a) Sean

$$h(t) = (t, t^2, t^3), \qquad g(x, y, z) = (x^2 y, y^2 e^z) \qquad \text{y} \qquad f(u, v) = uv.$$

Considera la función compuesta

$$k(t) = (f \circ g \circ h)(t).$$

Calcula $k'(1)$.

b) Sea F la transformación $F(x, y) = (x^2 + y, x + y^2)$. Calcula $D(F \circ F)(0, 0)$.

4. (1 punto) La ecuación $x^2 + xy + ze^z = e$ define implícitamente a z como función $z = f(x, y)$. En $(x, y) = (1, -1)$, la función f vale $f(1, -1) = 1$. Determina

$$\frac{\partial f}{\partial x}(1, -1) \qquad \text{y} \qquad \frac{\partial f}{\partial y}(1, -1).$$

5. (2 puntos)

a) Escribe la ecuación del plano tangente a la superficie $x^2 + y^2 - z^2 = 1$ en el punto $(2, 2, \sqrt{7})$.

b) ¿En qué puntos de esta superficie el plano tangente es vertical?

6. (2 puntos) Halla y clasifica (máximos, mínimos, puntos de silla) los puntos críticos de:

a) $f(x, y) = x^2 - 3xy + 5x - 2y + 6y^2 + 8$,

b) $f(x, y) = x^2 - 2xy + y^2 - 2y + 2x + 1$.